

MODELACIÓN DE TORMENTAS UNICELULARES Y SU APLICACIÓN AL CALCULO DE CRECIDAS

M. Sc. Ing. Franklin Beltrán Vega

09-9369-122/09-7103-585

(Ingenieros de Diseño IDD, Quito-Ecuador)

iddconsultores@andinanet.net

Telefax:2-522-994(Quito)

RESUMEN

El presente trabajo enfoca su objetivo hacia la determinación de la distribución espacial y temporal de lluvias extremas de tipo unicelular. Se ha generado un modelo de lluvia; denominado TORMENTA; desde un punto de vista empírico-matemático, basado en el análisis de 38 eventos simultáneos de tormentas, obtenidos en 6 estaciones pluviográficas ubicadas en el Distrito Metropolitano de Quito.

Mediante el modelo de lluvias generado y con el apoyo de Sistemas de Información Geográfica (ArcView), se presenta un modelo de simulación precipitación-escorrimento **MISION** de tipo distribuido. La comparación del modelo Mision y otro modelo de tipo convencional; HIDRO1, presenta importantes diferencias, sugiriendo una sobreestimación de los caudales extremos en modelos convencionales, resultado de considerar la uniformidad de la lluvia en el tiempo y el espacio como un hecho. Se obtienen curvas que representan la disminución de la precipitación media con el aumento del área, las cuales difieren de manera importante con aquellas obtenidas en otros países.

INTRODUCCIÓN

La observación y análisis de 38 tormentas simultáneas en Quito-Ecuador (Beltrán,1995), permitieron generar conceptos referentes a la forma en que estas se presentan tanto en el tiempo como en el espacio. Dichos conceptos que en aquel entonces solamente se los mencionaba en forma descriptiva, fueron madurando hasta que en Noviembre de 1997 se desarrolla un modelo de lluvias TORMENTA.BAS el cual se presenta en el VII Congreso Nacional de Hidráulica con el título " Modelación Matemática de tormentas unicelulares" (Beltrán, 1997). Posteriormente el modelo se presenta como tema de tesis a nivel de postgrado en la Escuela Politécnica Nacional (Andrade y Beltrán, 2003). El modelo de lluvias como tal se lo ha mantenido, profundizando en la comparación entre eventos de lluvias registradas y simuladas, permitiendo encasillar a las tormentas seleccionadas dentro de un patrón de presentación espacio-temporal representadas mediante un grupo de curvas que relacionan la duración de la tormenta con varios parámetros y condiciones de borde que intervienen en el modelo.

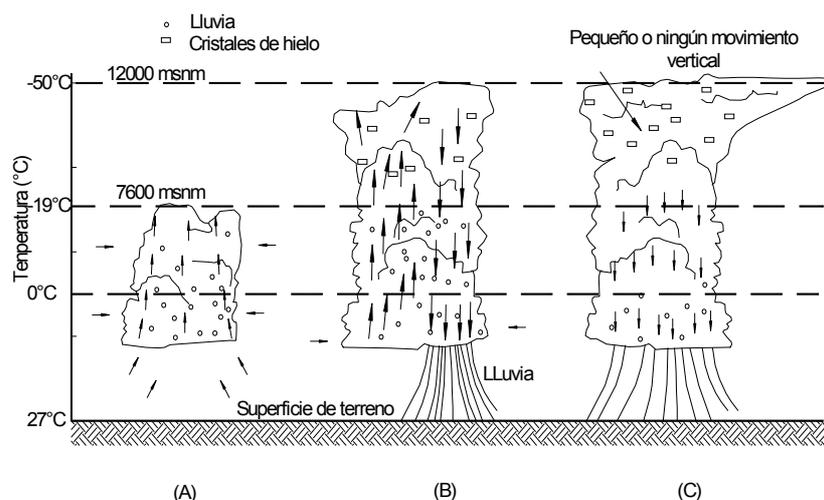


Fig.1. Etapas de una célula de tormenta.

Las nubes de tormentas o denominada cúmulonimbos, son nubes de gran desarrollo vertical. Alcanzan alturas de hasta 20 km en la zona Ecuatorial, cubren áreas de hasta cientos de km². La base se encuentra usualmente por debajo de los 2 km, la agitación en el interior de estas nubes es muy fuerte, la atraviesan corrientes ascendentes de gran violencia y en su superficie exterior se produce el fenómeno contrario. Una tormenta intensa puede estar constituida por varias células y durar varias horas (Battan, 1964).

DESCRIPCION DEL MODELO DE LLUVIAS

A) HIPÓTESIS

Para la conceptualización del modelo se asumen las siguientes hipótesis básicas:

1. Toda tormenta unicelular tiene un centro de tormenta *CT*. El centro de tormenta se lo define como aquel punto que tiene una duración de lluvia (*DT*) máxima y una lámina de lluvia (*PRE*), de igual forma máxima.
2. El modelo de tormenta unicelular tiene un límite *LT*, en donde la lámina de precipitación es nula y se encuentra a un radio $R = R \text{ máximo}$ en todas las direcciones desde el centro de tormenta *CT*.
3. El modelo de tormenta unicelular considera una similitud radial del fenómeno en toda dirección desde su centro.
4. La forma adimensional de la distribución temporal de lluvia, mantendrá su forma en toda el área bañada por la célula de tormenta.

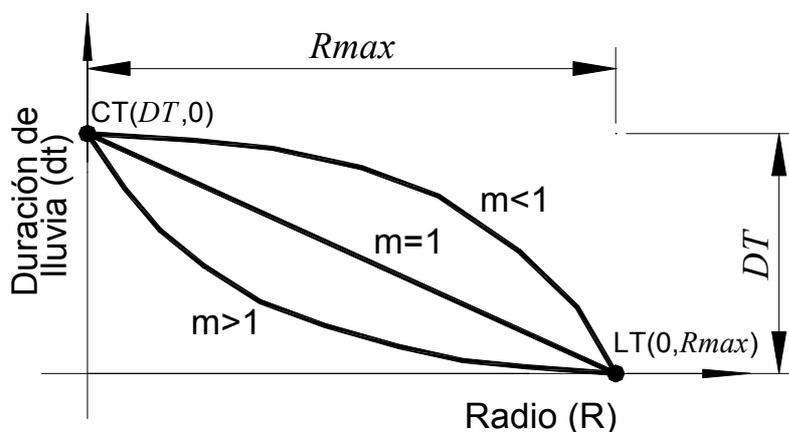


Fig.2. Representación de la duración de lluvia en relación al radio de cobertura

B) VARIACIÓN ESPACIAL DE LA DURACIÓN DE TORMENTA

En una tormenta unicelular al incremento del radio de acción de una tormenta, su duración(dt)ⁱ disminuye.

Una función de tipo exponencial que represente una familia de curvas que cumplan con las condiciones de borde indicadas y que abarca una multitud importante de funciones son:

$$dt = DT \cdot \left(1 - \frac{R}{R_{max}}\right)^m \quad (1)$$

Donde; dt , es la duración de la lluvia a radio R

DT , es la duración de la lluvia en el centro de la célula de tormenta

R_{max} , es el radio máximo de cobertura de tormenta

m , es un exponente de ajuste temporal.

Por el momento el exponente m se ha escogido igual a 1, para avanzar en el proceso de formulación del modelo y se ha utilizado la ecuación:

$$dt = DT - \frac{R}{K} \quad (2)$$

Donde: K ; Es un parámetro del modelo y se la define como la velocidad media de avance de tormenta e igual a:

$$K = \frac{R_{max}}{DT} \quad (3)$$

En muchas de las tormentas analizadas se observó que aunque la precipitación registrada en diferentes estaciones, era menor que aquella registrada en el centro de tormenta, la duración sin embargo era mayor a la correspondiente al centro de tormenta. Este tipo de tormentas estarían clasificadas como tormenta formadas por varias células o de gran influencia de vientos.

C) VARIACIÓN ESPACIAL DE LA PRECIPITACIÓN TOTAL EN RELACIÓN A SU DURACIÓN

Se tomará como ejemplo dos tormentas registradas; una de corta duración y otra de larga duración, muy similares en cuanto a la precipitación total en sus respectivos centros. De estas dos tormentas se han obtenido los registros pluviográficos en 6 estaciones ubicadas dentro del área de cobertura de tormenta. Ver Figura 3 y Cuadro 1.

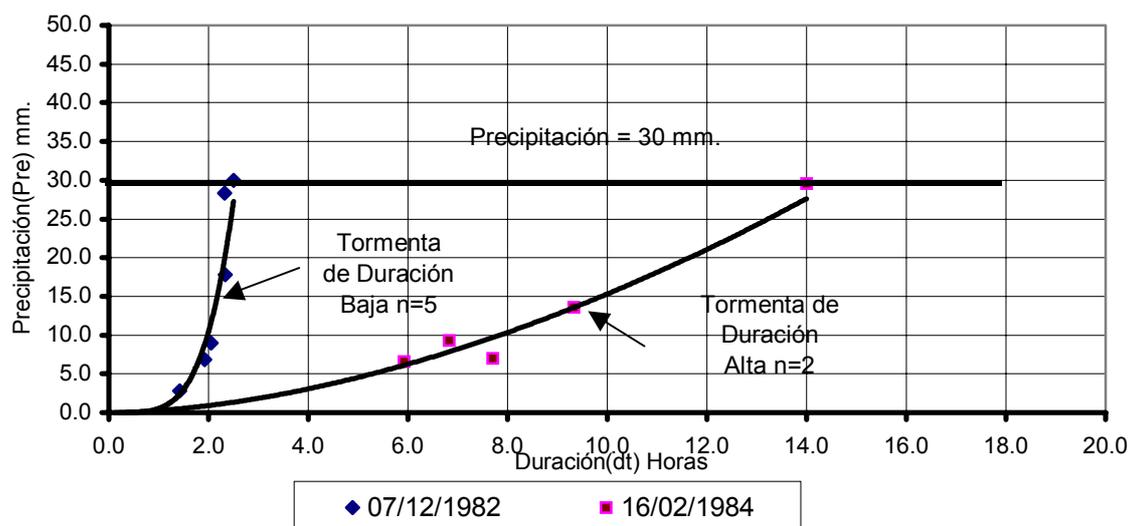


Fig.3. Precipitación vs dt de tormentas tipo

Estación de Medición	Tormenta de duración Baja			Tormenta de duración Alta		
	Fecha:1982/12/07			Fecha:1984/02/16		
	Int.(mm/h)	Dur(h)	Prec(mm)	Int.(mm/h)	Dur(h)	Prec(mm)
Q.Obser.	12.00	2.50	30.00	2.11	14.00	29.60
Izobamba	4.39	2.05	9.00	1.46	9.33	13.60
Iniaquito	12.22	2.32	28.30	(*)	(*)	(*)
Tola	1.98	1.42	2.80	0.91	7.70	7.00
Chorrera	3.55	1.92	6.80	1.36	6.82	9.30
Aeropuerto	7.63	2.33	17.80	1.11	5.92	6.60

Nota(*): Dato no disponible

Cuadro 1. Registro de eventos de lluvia en 6 estaciones pluviográficas

Como se puede observar en la Figura 3, los puntos Precipitación-duración presentan una tendencia la cual puede ser ajustada con una ecuación del tipo:

$$pre = K_0 \cdot dt^n \quad (4)$$

Donde: pre , Precipitación en puntos de cobertura de tormenta
 dt Duración de tormenta en cualquier punto de cobertura.
 K_0 y n , Constantes de ajuste

La constante K_0 , se la puede obtener cuando la duración de tormenta registrada es igual a la duración en el centro de tormenta ($dt = DT$), en este caso la precipitación registrada (pre) es igual a la precipitación máxima (PRE) correspondiente al centro de tormenta. De la siguiente manera:

Si $dt = DT$ entonces $pre = PRE$

$$K_0 = \frac{PRE}{DT^n} \quad (5)$$

Por lo tanto, la precipitación pre en cualquier punto de cobertura de tormenta puede expresarse con:

$$pre = PRE \cdot \left(\frac{dt}{DT} \right)^n \quad (6)$$

y reemplazando 2 en 6 se obtiene:

$$pre = PRE \cdot \left(1 - \frac{R}{K \cdot DT} \right)^n \quad (7)$$

D) DISTRIBUCION ESPACIAL DE LA LAMINA DE PRECIPITACION, CONFORME SE DESARROLLA LA TORMENTA (PATRONES TEMPOAREALES)

Desde el enfoque del presente trabajo, los patrones areales no se los puede separar de su formación en el tiempo. En este literal se ingresará una nueva variable (td) cuyo valor define la presentación del denominado **patrón tempo-areal**.

La Figura 4 representa las hipótesis 1 y 2. El eje de las abscisas representa el tiempo en forma continua, el eje de las ordenadas el radio de cobertura. La pendiente es la velocidad media de movimiento de acuerdo a la ecuación (3). Por lo que, la duración DT en el centro de tormenta es igual a un tiempo de fin tf menos un tiempo de inicio ti . Esta representación de la duración de una tormenta en relación a su radio, no es la única forma que satisface las hipótesis 1 y 2.

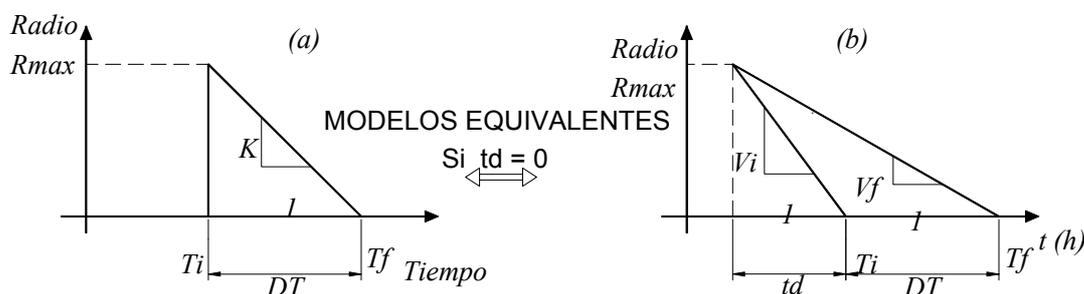


Fig.4. Modelos de duración equivalentes de tormenta. (a) caso particular (b) caso general

Como se puede observar, la Figura 4.a es equivalente a la Figura 4.b cuando la variable td ; denominada tiempo de desfase, es igual a cero.

Adicionalmente, surgen las variables V_i y V_f que corresponden a las velocidades de un frente de avance y de finalización de tormenta.

La Figura 4.b, indica por tanto que se puede generar varias tormentas equivalentes; en cuanto a la duración de tormenta a un radio igual a R , cambiando el valor de la nueva variable td , denominada tiempo de desfase.

El tiempo de desfase se define como la diferencia entre el tiempo en el que se presenta la precipitación a radio máximo y el tiempo en que inicia la precipitación en el centro de la tormenta(ti).

El ingreso de esta nueva variable td , en el cálculo se entiende físicamente como una adelanto (td negativo) o retraso (td positivo) de la precipitación que se presenta a radio máximo respecto al centro. La descripción de casos generales resultantes del cambio en el valor del tiempo de desfase se indica a continuación:

a) $td < 0$

Un td negativo indica que la tormenta empieza en un radio máximo, generando un frente de lluvia que avanza hacia el centro con una velocidad (V_i). A su paso, causa el inicio de tormenta y es seguido por otro frente con menor velocidad (V_f) que a su paso da lugar al fin de tormenta. Avanzando las dos hacia el centro de tormenta, el fin del evento se presenta en su centro. Las velocidades de ambos frentes son constantes y $V_i > V_f$ (Figura 5.a).

b) $td=0$

Un tiempo de desfase igual a cero indica que la tormenta empieza a la misma hora en toda el área de cobertura y termina en su centro. Nótese en este caso que, la velocidad del frente de inicio V_i , teóricamente tiene un valor infinito, lo cual debe ser entendido como la simultaneidad del inicio de la lluvia en toda la superficie de cobertura de tormenta (Figura 5.b).

c) $0 < td < DT$

Bajo esta consideración el frente de lluvia inicia en el centro de tormenta, avanza paulatinamente con una velocidad V_i cubriendo más y más área hasta su radio máximo, en este instante y lugar converge el frente de fin de tormenta, el cual avanza desde este punto máximo y acaba en el centro (Figura 5.c).

d) $td = DT$

Un tiempo de desfase igual al tiempo de duración en el centro de tormenta indica que el frente de lluvia empieza en su centro, avanza cubriendo cada vez más y más área, para posteriormente terminar al mismo tiempo en toda el área de cobertura de tormenta. Similar a b), la velocidad del frente de fin de lluvia teóricamente es igual a infinito.(Figura 5.d)

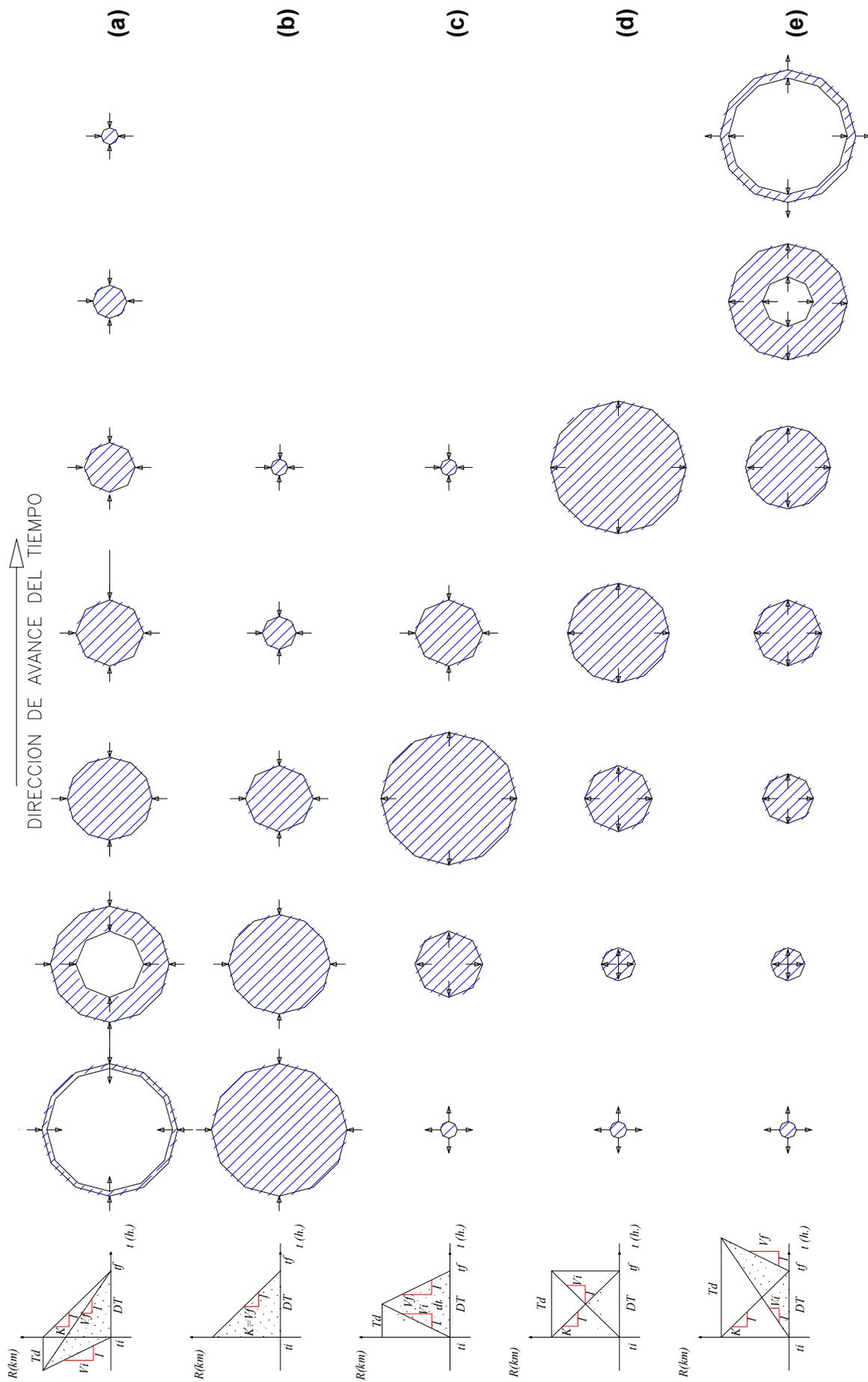


Fig 5: PATRONES TEMPOAREALES DE TORMENTAS UNICELULARES

e) $td > DT$

Un tiempo de desfase mayor a la duración en el centro DT , se entiende cuando el frente de inicio de la precipitación comienza en el centro de tormenta, avanza cubriendo más y más área, con una velocidad V_i . Después de transcurrido un tiempo igual a DT , se presenta el frente de fin de lluvia que, de igual forma inicia en el centro de tormenta. La velocidad del frente de onda de fin en este caso es mayor a la velocidad de inicio y pronto se logrará que, una región ubicada a radio máximo empiece y termine al mismo tiempo. Con esto se termina el evento (Figura 5.e).

El análisis general para cualquier caso permite obtener la relación funcional entre td y K con respecto a velocidades de inicio (V_i) y fin (V_f), dicho análisis es el siguiente.

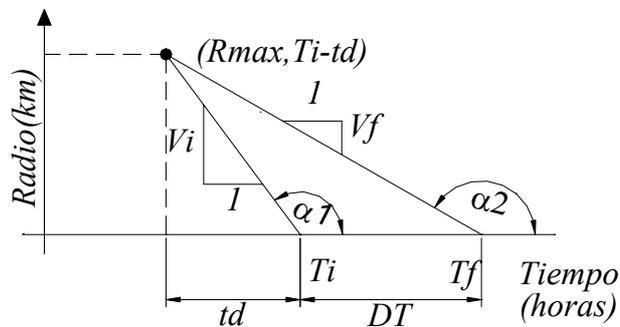


Fig. 6. Representación del avance de la cobertura de tormenta en el tiempo.

$$V_i = \tan(\alpha_1) = \frac{R_{\max}}{t_d} \quad (8)$$

$$V_f = \tan(\alpha_2) = \frac{R_{\max}}{DT - t_d} \quad (9)$$

Reemplazando (3) en (8) y (9):

$$V_i = \frac{K \cdot DT}{t_d} \quad (10)$$

$$V_f = -\frac{K \cdot DT}{DT - t_d} \quad (11)$$

La V_i se define como la velocidad de un frente de onda de expansión o contracción que a su paso produce el inicio de tormenta.

La V_f se define como la velocidad de un frente de onda de expansión o contracción que a su paso produce el fin de tormenta.

El signo positivo de estas velocidades indica que el movimiento es del centro al exterior. Del sector exterior al centro las velocidades tienen signo negativo.

Las ecuaciones de los radios de inicio y fin de tormenta a un tiempo igual a t son:

$$R_i = V_i \cdot t \quad R_i = \frac{K \cdot DT}{td} \cdot t \quad (12)$$

$$R_f = V_f \cdot t - V_f \cdot DT = -V_f \cdot (DT - t)$$

$$R_f = \frac{K \cdot DT}{DT - td} \cdot (DT - t) \quad (13)$$

Si se desea calcular el área de cobertura de tormenta para un tiempo igual a t , los radios R_i y R_f resultantes indicarán los límites de tormenta interior y exterior respectivamente.

La ecuación que define el tiempo de inicio de tormenta a un radio igual a R , se la puede obtener mediante:

$$t_i = \frac{R}{V_i} \quad (14)$$

Reemplazando (10) en (14);

$$t_i = \frac{R \cdot td}{K \cdot DT} \quad (15)$$

El tiempo de fin a un radio igual a R es:

$$t_f = t_i + dt \quad t_f = \frac{R \cdot td}{K \cdot DT} + DT - \frac{R}{K} \quad (16)$$

E) DISTRIBUCIÓN TEMPORALES DE LA PRECIPITACION

Se refiere a la representación del avance en el tiempo de la precipitación, pudiendo ser presentada en forma adimensional o en hietogramas. Se complementa con los patrones tempo-areales para la definición de modelo de lluvias.

La ecuación utilizada es aplicable sola al centro de tormenta y es:

$$P(t) = PRE \cdot \frac{1 - 10^{-\left[\frac{t}{K_2 \cdot DT}\right]}}{1 - 10^{-1/K_2}} \quad (17)$$

$$0 \leq t \leq DT \quad 0 \leq P(t) \leq PRE$$

En donde: $P(t)$ = Precipitación al tiempo t en el centro de tormenta
 PRE = Precipitación Total en el centro de tormenta
 DT = Duración de la tormenta en su centro
 K_2 = Coeficiente que define la forma de la distribución temporal
 $K_2 = 0.27$, Primer cuartil 19%, $= 0.34$, Primer cuartil 26%
 $= 0.42$, Primer cuartil 36%

La figura 7, representa la ecuación (17).

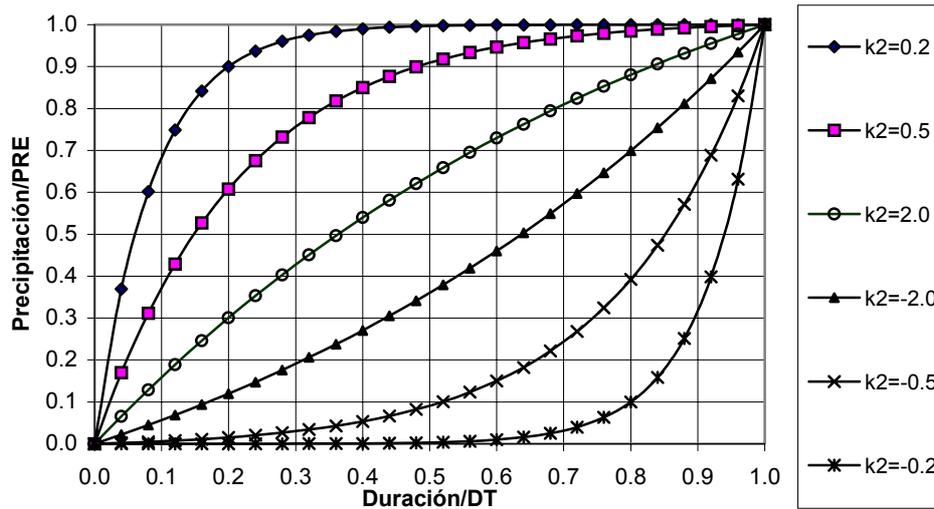


Fig. 7. Distribución temporal adimensional de lluvia

La ecuación (17) expresada para cualquier punto interno de tormenta y considerando al tiempo t' válido desde el tiempo de inicio (t_i), toma la forma:

$$P(t') = PRE \cdot \frac{1 - 10^{-\left[\frac{t'}{K_2 \cdot dt}\right]}}{K_3} \quad (19)$$

En donde;

$$K_3 = 1 - 10^{-(1/K_2)} \quad (20)$$

$$t' = t - t_i \quad (21)$$

t_i está definido por la ecuación (15)
 t , es el tiempo real continuo.

Por tanto, la integración del modelo requiere reemplazar las ecuaciones (2), (7), y (21) en la ecuación (19). Con esto, se genera una ecuación por un lado dependiente del tiempo y por otro asociado al radio de análisis respecto a un centro de tormenta:

$$P(t, R) = PRE \cdot \left(1 - \frac{R}{K \cdot DT}\right)^n \cdot \frac{1 - 10^{-\left[\frac{t-t_i}{K_2 \cdot (DT - \frac{R}{K})}\right]}}{K_3} \quad (22)$$

Si se considera los vientos regionales o simplemente los locales que producen el movimiento de la tormenta, el centro de tormenta (CT) se traslada una distancia; dependiendo de la dirección y magnitud del viento, este nuevo punto máximo, es el centro de tormenta (CT_c) a nivel de superficie.

La inclusión de los vientos afecta la distribución espacial y temporal a nivel de superficie, al cambiar los valores de pre , dt , t_i y t_f y, en definitiva al cambiar los pluviogramas resultantes. Es factible por tanto, comparar pluviogramas observados y simulados para diferentes análisis.

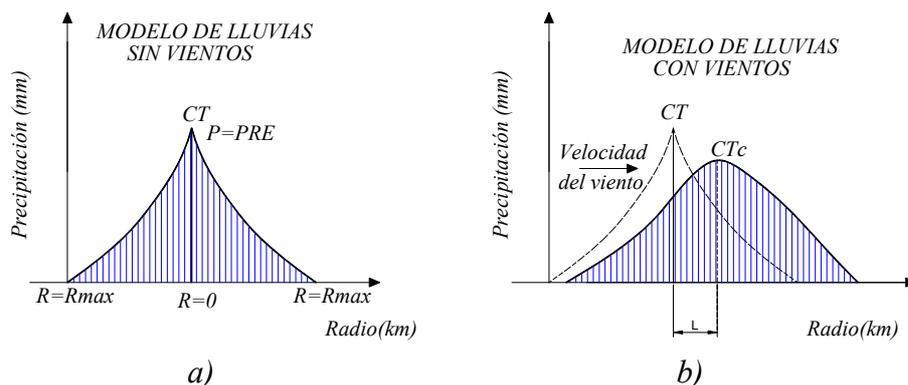


Fig.8. Influencia del viento en la simulación (a) sin viento (b) con viento

CALIBRACIÓN DEL MODELO

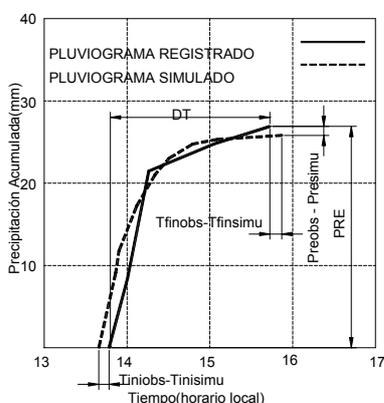
En un proceso de “aproximación indirecta”, la estimación de los parámetros, se calcula de forma iterativa, considerando un criterio de error de salida, hasta que la respuesta del modelo sea suficientemente cercana a la medida (Coide,1986). Realizado el proceso de calibración, el rendimiento del modelo se verifica comparando eventos observados adicionales y los generados por el modelo.

La calibración en el modelo de lluvias propuesto se orienta a obtener relaciones funcionales entre los elementos del modelo, con la suficiente confianza, que representen el comportamiento de las tormentas unicelulares observadas.

Se eliminan las tormentas multicelulares, esto se consigue eliminando los pluviogramas observados que tienen ascensos significativos de lluvia, separados por intervalos de varios minutos sin lluvia.

El método utilizado para la calibración comprende la optimización de la dispersión entre datos observados y simulados, relativo a dos puntos característicos de los pluviogramas, el inicio y el fin del evento.

La dispersión ha sido representada mediante un valor denominado Número de Ajuste (N_{ajuste}), expresado mediante:



$$N_{ajuste} = Cons \sum_{i=1}^{n=ne} \frac{(Error1 + Error2 + Error3)_i}{ne} \quad (23)$$

$$Error1 = \left| \frac{Tiniobs_i - Tinsimu_i}{DT} \right| \cdot \frac{4}{13}$$

$$Error2 = \left| \frac{Tfinobs_i - Tfinsimu_i}{DT} \right| \cdot \frac{4}{13}$$

$$Error3 = \left| \frac{Preobs_i - Presimu_i}{PRE} \right| \cdot \frac{5}{13}$$

ne ; número de estaciones de registro

Fig.9. Criterio de ajuste entre pluviogramas; simulado y observado.

Basado en la ecuación (22) y (23) se desarrolla el programa **TORMENTA.EXE** (VisualBasic) y se simula 15 tormentas. Obteniéndose relaciones funcionales ajustadas, indicadas en las figuras 10 a 13.

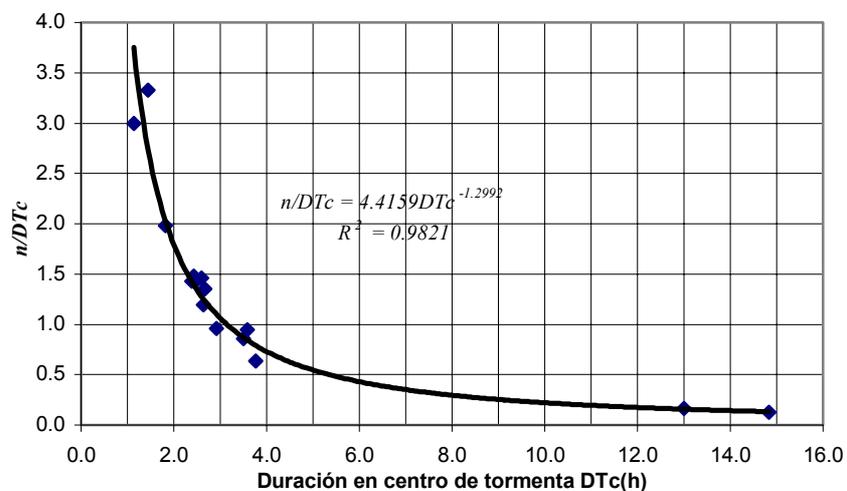


Fig.10. Curva que relaciona el parámetro de forma n y la duración en el centro de tormenta DTc .

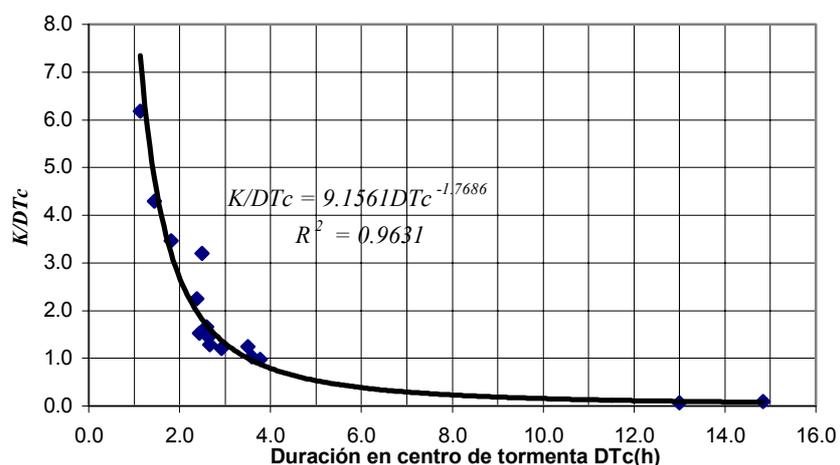


Fig.11. Curva que relaciona la velocidad media k con la duración en el centro de tormenta DTc .

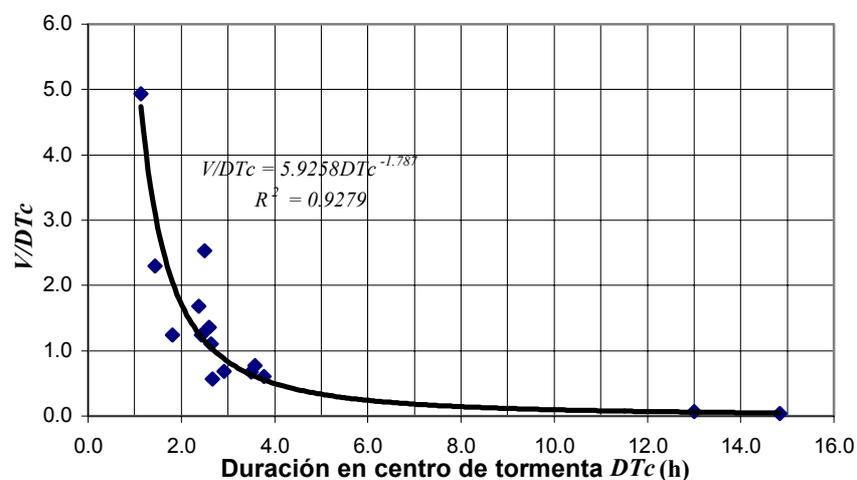


Fig.12. Curva que la velocidad de vientos altos V con la duración en el centro de tormenta DTc .

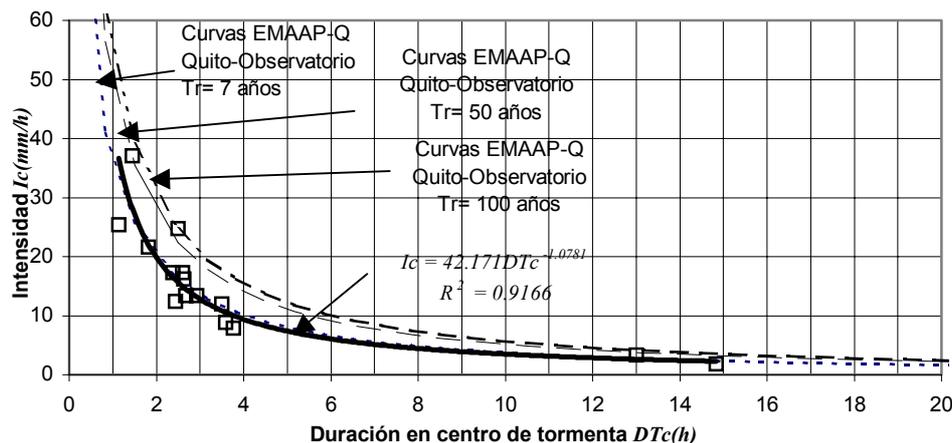


Fig.13. Curva entre la Intensidad en el centro de tormenta I_c en relación a su duración DT_c .

Adicionalmente utilizando programación SIG, se regenera las 15 tormentas simuladas y se obtiene las curvas de disminución de la precipitación del centro a la periferia.

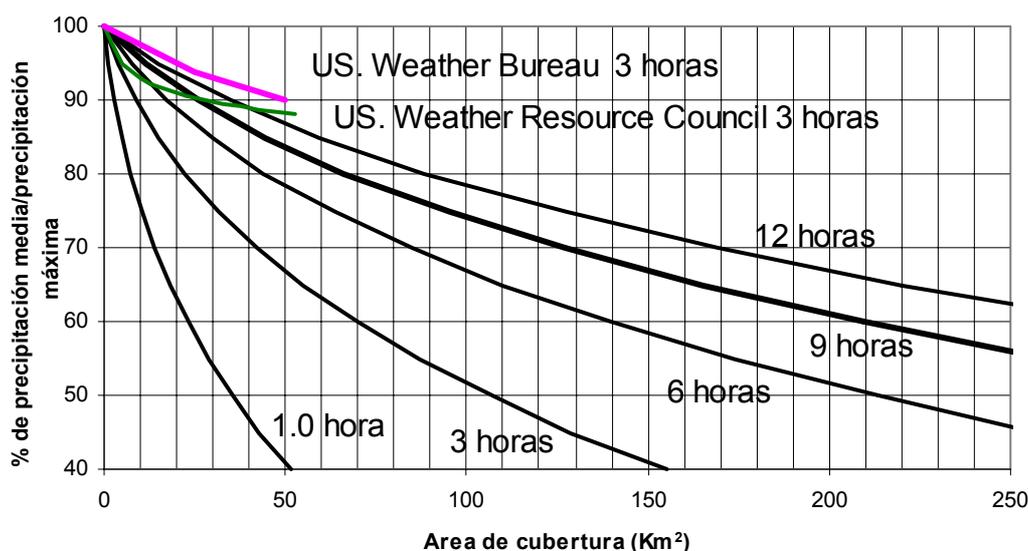


Fig.14. Curvas de la disminución de la precipitación media con relación al aumento del área, obtenidas para 15 tormentas en Quito.

Como aplicación de este trabajo, se ha generado el modelo de precipitación-escurrimiento de parámetros distribuidos **MISION**, mediante aplicaciones SIG, enlazada con programación VisualBasic.

MISION, genera hidrogramas de crecidas a partir de lluvias simuladas y un proceso de acumulación de flujo en cauce y ladera, esto último en dependencia del tiempo de concentración en parcelas (20 x 20 m) en las que se ha dividido la microcuenca de análisis. Se utiliza datos de la microcuenca Rumipamba (Ladera Noroccidental de Quito, Área 6.5 Km²) para la simulación indicada. Los resultados se presentan en las figuras 15 y 16. Adicionalmente se compara el modelo MISION con el modelo de tipo convencional HIDRO1, los resultados se indican en la figura 17.

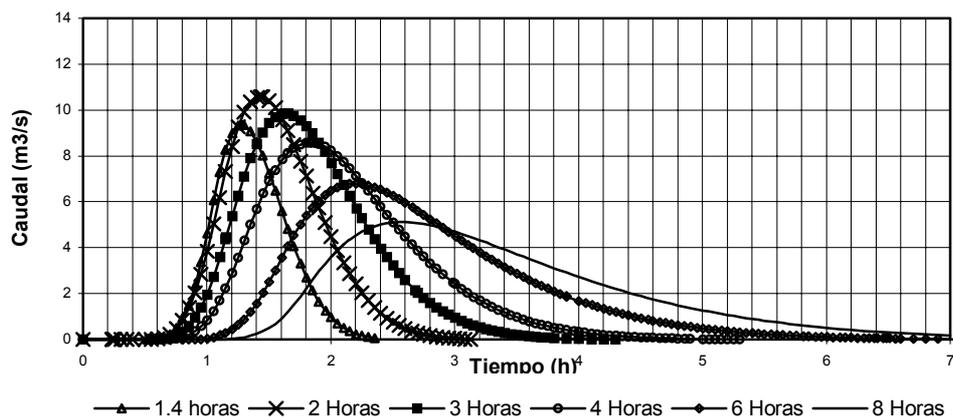


Fig.15. Hidrogramas de crecida para la microcuenca de la Qda. Rumipamba considerando el aumento de la duración de lluvia en su centro; Programa MISION.

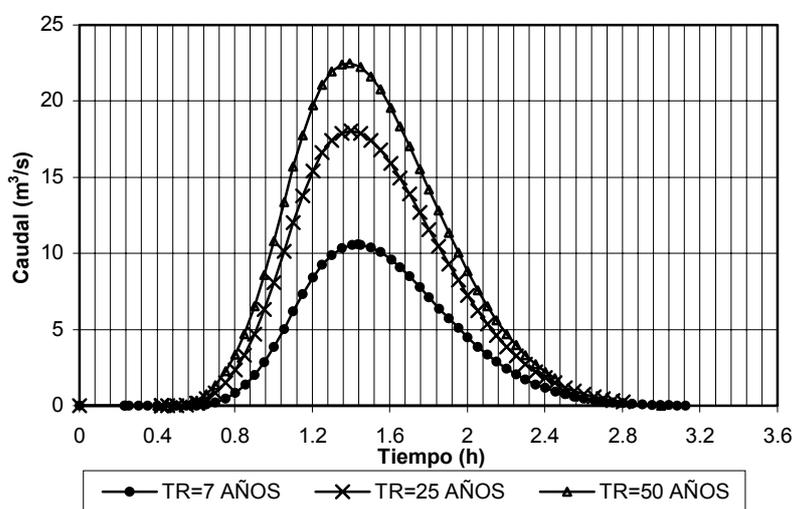


Fig.16. Hidrogramas de crecida para diferentes períodos de retorno en Qda. Rumipamba; Programa MISION.

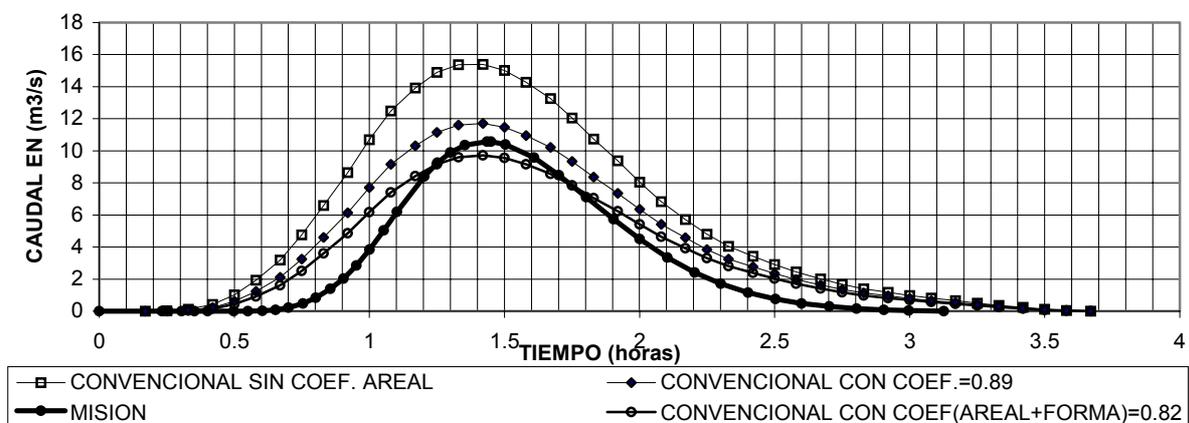


Fig.17. Comparación de hidrogramas obtenidos entre modelos HIDRO1(convencional) y MISION (Parámetros distribuidos). Microcuenca Rumipamba (A=6.5 km², CN=82, Pre=39.9 mm, Dur = 2 h, Tr = 7 años)

G. CONCLUSIONES

- Se desarrolló una metodología de análisis de tormentas que involucra la distribución temporal, la distribución espacial y la influencia de los vientos locales y/o regionales, que modifican la distribución espacial y temporal de las mismas.
- Existe un importante ajuste entre condiciones de borde y parámetros dentro del modelo de lluvias (Coeficiente de correlación mayor a 0.9) lo que permite encasillar el comportamiento de las tormentas en Quito dentro de un grupo de curvas (Figuras 10, 11, 12, 13).
- El modelo desarrollado para las lluvias intensas permite generar relaciones sobre el decrecimiento de la precipitación acumulada con respecto al aumento del área cubierta para Quito, estas curvas presentan coeficientes menores en relación a curvas obtenidas por el U.S Weather Bureau o por el US. Weather Resources Council. (Figura 14).
- La magnitud y dirección de los vientos de altura durante un evento de tormenta, son elementos de gran importancia, estos producen cambios en la presentación de la lluvia en el tiempo y en el espacio.
- Actualmente los modelos comunes de precipitación-escurrimiento de evento, son utilizados para evaluar escenarios extremos de diseño. Utilizan, tanto para su calibración, validación y evaluación de escenarios una distribución espacial de lluvia de tipo uniforme tanto en tiempo como en espacio, lo que, siendo una simplificación, conlleva a cambiar los valores de los elementos del fenómeno de escurrimiento y no los de la precipitación; como debiera ser, con fines de disminuir las diferencias entre hidrogramas observados y simulados.
- Los coeficientes de la disminución de la precipitación acumulada con el aumento del área deben ser bien sustentados en todo proyecto que implique el cálculo de caudales extremos (Observar Figura 17).
- La forma de la cuenca (alargada, circular, etc) conjuntamente con su orientación respecto a los vientos dominantes, produce la necesidad de considerar un coeficiente de afectación de la lluvia sobre la cuenca (≤ 1). Si la cuenca es circular el coeficiente tendería a ser igual a 1, si es alargada estaría por el orden de 0.82 para áreas de 7 km².

REFERENCIAS

1. Beltrán F. (1995). Investigación de hietogramas críticos y evaluación del efecto de simultaneidad de tormentas en Quito. Tesis de grado. EPN. Quito. Pag. 15,77,78,79,90,91,92,93,94.
 2. Beltrán F. (1997). Modelación Matemática de Tormentas Unicelulares. Asociación Ecuatoriana de Hidráulica. VII Congreso Nacional de Hidráulica. Quito. Pag. 71,86
 3. Andrade L, Beltrán F. (2003). Modelos Distribuidos de tormentas y su aplicación al cálculo de crecidas. Tesis de Postgrado. EPN. Quito.
 4. Battan L. (1964). La Naturaleza de las Tormentas. Argentina: Ed. Universitaria de Buenos Aires. Pag. 53,60.
 5. Koide S. y Wheeler H. (1986). Subsurface Flow Simulation of a Small Plot at Loch Chon. Terrain Analysis and Distributed Modelling in Hydrology Paper 8, Escotland. Pag. 145.
-