

# Contenido electrónico ionosférico sobre Cuba: metodología de cálculo

L. LOIS MENÉNDEZ, B. LAZO, R. HOURRUITINER,  
N. JAKOWSKI, H. D. BETTAC, y A. WIENER

## RESUMEN

Se describen los procedimientos utilizados para el cálculo del contenido electrónico ionosférico en Cuba, derivado de la información Faraday correspondiente a las emisiones en 140 MHz del satélite sincrónico ATS-6 (94°W). Se analizan las principales fuentes de error del contenido electrónico, en el marco de las aproximaciones y modelos considerados. Se determinan expresiones teóricas que permiten la evaluación numérica, tanto del ángulo entre la polarización inicial de las radio-ondas y el cero de polarización del receptor, como del formado por el campo geomagnético con la trayectoria del rayo; en particular, se verifica el carácter cuasilongitudinal de la propagación para nuestras condiciones. Se discute la posibilidad de eliminar la incertidumbre en  $n\pi$ , en base de la estrecha correlación lineal encontrada entre el ángulo relativo de rotación Faraday y el cuadrado de la frecuencia crítica de la capa F2.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Fundamento Teórico

Al penetrar en la ionosfera una onda plano polarizada se descompone en dos ondas independientes (ordinaria y extraordinaria) con polarizaciones elípticas, sentidos de rotación opuestos y diferentes velocidades fase. La polarización de estas ondas características tiende a ser circular en la medida en que aumenta la frecuencia y el ángulo  $\theta$ , entre el campo geomagnético y la normal al frente de onda, se aleja de 90°. En el medio ambas componentes se propagan, modificando continuamente sus relaciones de fase. Al salir de la ionosfera se superponen formando una onda linealmente polarizada, cuyo plano de polarización efectuó un giro en relación con el incidente. Este fenómeno, denominado efecto Faraday, es consecuencia del carácter birrefringente del medio magnetoiónico que constituye la ionosfera.

---

Manuscrito aprobado el 15 de febrero de 1981.

L. Lois, B. Lazo, y R. Hourruitiner pertenecen al Instituto de Geofísica y Astronomía, de la Academia de Ciencias de Cuba. N. Jakowski, H. D. Bettac, y A. Wiener pertenecen al Instituto de Electrónica, de la Academia de Ciencias de la R.D.A.

Bajo las condiciones existentes en el plasma ionosférico, despreciando la diferencia entre las trayectorias de fase de las componentes ordinaria y extraordinaria y utilizando las aproximaciones de alta frecuencia y propagación cuasilongitudinal (Q-L) —o sea, cuando es pequeño el ángulo  $\theta$ —, se encuentra (RISHBETH y GARRIOT, 1969).

$$\Omega = (K/f^2) \int_0^m NM dh \quad \text{siendo } m \stackrel{\text{def}}{=} h_s \quad (1)$$

$$M = B \cos \theta \sec \psi \quad (2)$$

donde  $\Omega$  es la rotación Faraday experimentada por las radio-ondas de frecuencia  $f$  en su trayectoria satélite-receptor terrestre;  $B$  y  $h$  son, respectivamente, la intensidad del campo geomagnético y la altura correspondientes a cada punto de la trayectoria;  $h_s$  es la altura del satélite;  $\psi$  es el ángulo cenital de cada elemento de trayectoria; y  $K$  es una constante que depende del sistema de unidades elegido.

Como se desprende de (1), la rotación Faraday está relacionada con la concentración electrónica ( $N$ ) integrada a lo largo de la trayectoria de propagación de las radio-ondas, pero ponderada por  $M$ , que es la denominada función geométrica del campo magnético. Aplicando, entonces, el segundo teorema del valor medio podemos derivar el contenido electrónico ionosférico o contenido Faraday ( $N_F$ ) —que no es más que la integral de la concentración electrónica en la vertical de un punto determinado de la superficie terrestre— del ángulo de rotación Faraday

$$\Omega = (K/f^2) \langle M \rangle N_F \quad (3)$$

$$\langle M \rangle = \int_0^m NM dh / \int_0^m N dh \quad \text{siendo } m \stackrel{\text{def}}{=} h_s \quad (4)$$

## 1.2 Importancia del contenido electrónico. Objetivos a lograr

El contenido electrónico es un parámetro que, hoy en día, es ampliamente utilizado en las investigaciones de la ionosfera superior. Su conocimiento brinda un cuadro más realista de las estructuras y variaciones de la atmósfera terrestre. El interés de su estudio radica en las posibilidades que ofrece tanto para el análisis de diversos fenómenos heliogeofísicos como en un posible pronóstico de los mismos. Su importancia es de destacar en el reajuste de modelos ionosféricos. Desde un punto de vista práctico desempeña un rol significativo en las radiocomunicaciones; en particular, en la radiolocalización por satélites de navegación.

En el período 1974-75 se registró en Cuba la rotación Faraday correspondiente a las emisiones plano polarizadas en 140 MHz del satélite sincrónico ATS-6. La conversión de estas observaciones en contenido elec-

TABLA 1. Información general del ATS-6.

Lanzamiento	Mayo 30, 1974; 13:00 UT
Longitud (Sep. 15, 1974)	94°, 022 W
Inclinación (Sep. 15, 1974)	1°, 509
Apogeo	35 818 km
Perigeo	35 763 km
Altura media	35 791 km
Geometría observada Habana-ATS-6	
Asimut	S 29°, 6 W
Elevación	59°, 5
Distancia	36 547 km

trónico requiere de la determinación del nivel absoluto de rotación Faraday y del factor geométrico del campo geomagnético, en el marco de ciertas aproximaciones y modelos teóricos. El objetivo de este trabajo es relacionar los procedimientos empleados para el cálculo del contenido electrónico, derivado de las mediciones anteriormente mencionadas.

## 2. INSTALACIÓN TRANSMISORA Y ESTACIÓN RECEPTORA

Los experimentos de radio faro, montados a bordo de satélites en órbita geostacionaria, están diseñados para obtener continuamente el contenido electrónico en las estaciones receptoras terrestres. Los detalles del experimento en el satélite sincrónico ATS-6 han sido descritos con anterioridad por DAVIES *et al.* (1972, 1975). Algunos parámetros importantes de la órbita del satélite y de la geometría observada en La Habana se muestran en la Tabla 1.

En este experimento se emiten tres frecuencias portadoras cercanas a 40, 140 y 360 MHz, que son derivadas de un oscilador común de cristal, así que las frecuencias de salida son coherentes. Las señales emitidas son linealmente polarizadas, por lo que dichas transmisiones son adecuadas para medir la rotación Faraday. Cada una de estas radioseñales es modulada en amplitud con una frecuencia de 1 MHz y, además, las portadoras de 40 y 360 MHz son moduladas con 0,1 MHz.

El registro continuo de la rotación Faraday sufrida por las ondas métricas (VHF) es realizado en el Instituto de Geofísica y Astronomía de la Academia de Ciencias de Cuba (23° 04'N, 82° 28'W) con la estación ZFA-F-IE (BETTAC y WIENER, 1975). En la Fig. 1 se muestra un esquema en bloques de la misma. Consiste en un polarímetro Faraday de dos canales que permite medir directamente la rotación del plano de polarización. Esto se logra mediante un sistema de dos antenas ortogonales, linealmente

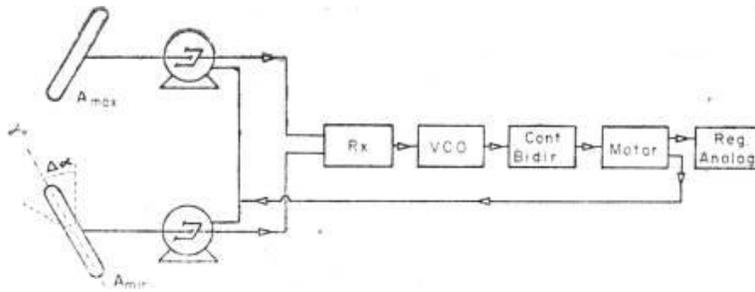


FIG. 1. Esquema en bloques del polarímetro ZFA-F-IE.

polarizadas, que rotan mecánicamente siguiendo los cambios en la posición del plano de polarización. Una de ellas, la antena del máximo ( $A_{max}$ ), descansa siempre en el plano de polarización de la señal; la otra, la antena del mínimo ( $A_{min}$ ), rota alrededor de su posición de equilibrio en un rango de  $\pm \Delta\alpha$  radianes. De esta manera se provoca, en el canal  $A_{min}$ , una modulación en amplitud de la señal de entrada, cuya demodulación coherente nos brinda un voltaje que alimenta un oscilador de voltaje controlado. Este emite pulsos de frecuencia que van a un contador bidireccional, donde dichos pulsos se suman algébricamente en dependencia de la posición de partida ( $\alpha_0$ ) y del intervalo del movimiento ( $\Delta\alpha$ ). Si el resultado fuera superior a un cierto valor límite establecido, se emitiría un pulso de control con información del signo, hacia el motor que mueve las antenas. De esta forma se asegura que el plano de polarización de la señal esté continuamente situado en la dirección del plano de la antena  $A_{max}$ . En el caso de la radioseñal de 140 MHz del ATS-6, una oscilación  $\Delta\alpha = \pi/12$  radianes es capaz de detectar una desviación de  $1^\circ$  entre ambas direcciones, con una resolución temporal de 2 segundos. Además, el equipo posee una barrera que protege sus mecanismos, eliminando las fluctuaciones de muy corto período; ya que, si en un momento dado se invierte el sentido de rotación, la orden al motor de mover las antenas se envía sólo cuando del contador bidireccional se han emitido cinco pulsos seguidos con la misma información en signo.

Con este equipamiento registramos analógicamente la rotación Faraday de las señales en 140 MHz emitidas por el satélite geostacionario ATS-6.

La información concerniente a la frecuencia crítica de la capa F2 fue obtenida con la estación de sondeo vertical Centro Geofísico, ubicada en San José de las Lajas ( $22^\circ 58'N$ ,  $82^\circ 09'W$ ).

### 3. APROXIMACIÓN Q-L

La expresión (1), como se planteó en la introducción, se determina considerando ciertas aproximaciones que en cada caso particular es neces-

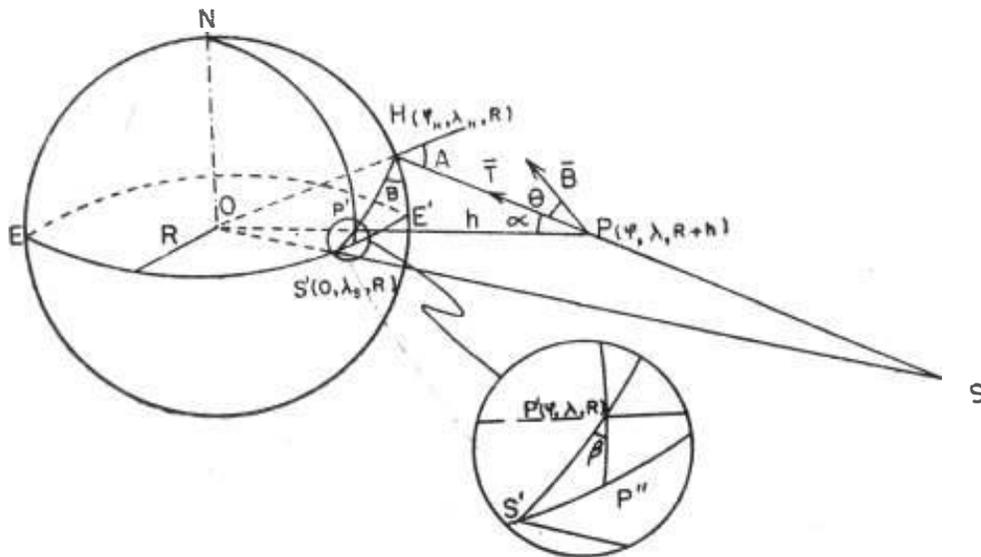


FIG. 2. Esquema geométrico satélite-estación.

rio discutir. La suposición de alta frecuencia está plenamente justificada, ya que las emisiones recibidas del satélite ATS-6 se encuentran en el rango de las frecuencias muy altas (140 MHz). También se justifica la consideración de que la desviación entre los rayos ordinario y extraordinario es despreciable, pues el ángulo cenital del ATS-6, respecto a La Habana, es de sólo  $30^{\circ},5$  (GARRIOT, 1960). Sin embargo, debe verificarse el carácter Q-L de la propagación en nuestras condiciones. Para ello necesitamos obtener el ángulo  $\theta(h)$ , entre la dirección de propagación de las radioondas y el campo magnético terrestre, en cada punto de la trayectoria determinada por una estación receptora y un satélite sincrónico.

Consideraremos que la desviación entre las direcciones del rayo y de la normal al frente de onda es despreciable, y que la trayectoria del rayo entre la fuente y el receptor es rectilínea. Estas suposiciones son válidas bajo las consideraciones de muy alta frecuencia y medio uniforme.

En este caso podremos calcular  $\theta(h)$  —ver Fig. 2—, determinando el producto escalar de los vectores unitarios en las direcciones de propagación ( $\vec{T}$ ) y del campo geomagnético ( $\vec{B}$ ). La orientación del espacio la fijaremos —en relación con cualquier punto  $P$  sobre la trayectoria entre el satélite ( $S$ ) y la estación terrestre ( $H$ )—, eligiendo un triedo ortogonal directo ( $z, x, y$ ) con origen en  $P$  y ejes, cuyas direcciones positivas están dadas por los siguientes vectores unitarios; vertical hacia el centro de la Tierra ( $\vec{k}$ ), meridiano geográfico hacia el norte ( $\vec{i}$ ) y perpendicular al meridiano geográfico hacia el este ( $\vec{j}$ ).

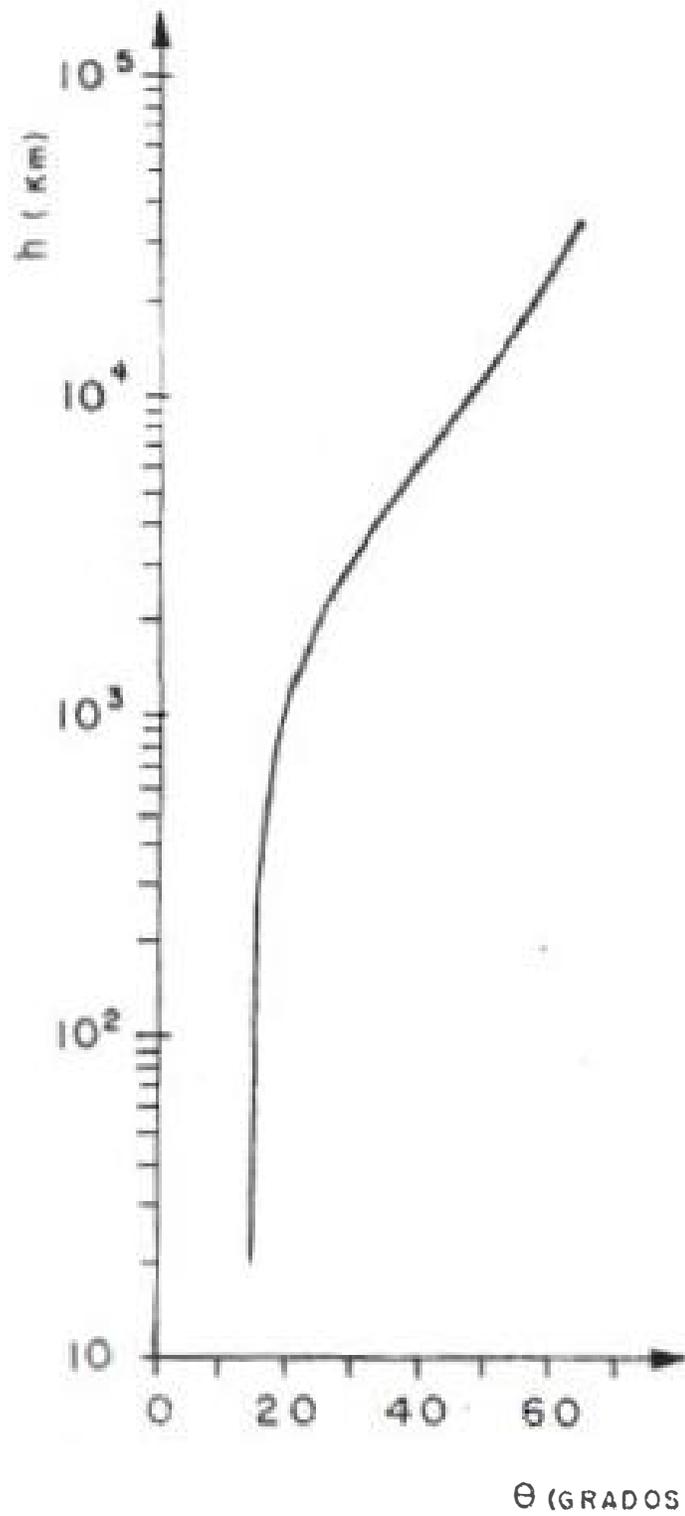


FIG. 3. Variación de  $\theta$  ( $h$ ) para la trayectoria ATS-6-Habana.

Entonces, para un punto  $P(\varphi, \lambda, R + h)$  sobre la trayectoria del rayo, podemos escribir

$$\begin{aligned}\vec{T} &= \cos \alpha \vec{k} + \sin \alpha \cos \beta \vec{i} + \sin \alpha \sin \beta \vec{j} \\ \vec{B} &= \sin I \vec{k} + \cos I \sin D \vec{i} + \cos I \cos D \vec{j}\end{aligned}\quad (5)$$

por lo que

$$\cos \theta = \cos \alpha \sin I + \sin \alpha \cos I \cos(D - \beta) \quad (6)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los ángulos cenital y acimutal del elemento de trayectoria en  $P$ ; y  $D$  e  $I$ , la declinación e inclinación del campo geomagnético en el mismo punto.

Aplicando la ley de los senos al triángulo plano POH y a los esféricos  $P'S'P''$  y  $S'HE'$ , obtenemos

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \sin A \left[ \frac{R}{R + h} \right] \\ \sin \beta &= (\cos \beta / \sin \varphi) \left[ \frac{\sin(\lambda_s - \lambda)}{\cos(\lambda_s - \lambda_H)} \right]\end{aligned}\quad (7)$$

donde  $A$  y  $B$  son los ángulos cenital y acimutal del satélite;  $\lambda_s$ ,  $\lambda_H$  y  $\lambda$  son, respectivamente, las longitudes del satélite, estación receptora y punto elegido sobre la trayectoria del rayo.

En la Fig. 3 se presenta, en escala logarítmica, la variación con la altura del ángulo  $\theta$  para la trayectoria del rayo entre el satélite sincrónico ATS-6 y la estación polarimétrica en Cuba ( $A = 30,5^\circ$   $B = 29,6^\circ$ ). Dichos cálculos fueron realizados considerando el desarrollo en armónicos esféricos ( $n = m = 6$ ) del campo magnético principal, realizado por CAIN *et al.* (1965). En dicha Fig. puede apreciarse que el ángulo  $\theta$  resulta menor que  $25^\circ$  para alturas inferiores a 2 000 km —que es la región que más aporta en el fenómeno de rotación Faraday—, no sobrepasando el nivel de los  $65^\circ$ . Por ello, teniendo en cuenta los resultados numéricos obtenidos, y el hecho de que la condición Q-L se mantiene excepto para ángulos  $\theta$  muy cercanos a  $90^\circ$  (MASS, 1966), concluimos que la aproximación Q-L es válida en nuestras condiciones y que el error al considerarla es inferior al 1 %.

#### 4. RELACIÓN ENTRE LA ROTACIÓN FARADAY Y EL CONTENIDO ELECTRÓNICO IONOSFÉRICO. DISCUSIÓN DE LOS ERRORES

##### 4.1 Función geométrica del campo geomagnético

La expresión (3) establece, bajo las aproximaciones consideradas, la relación existente entre el ángulo absoluto de rotación Faraday ( $\Omega$ ) y el con-

tenido electrónico ionosférico ( $N_F$ ). No obstante, el procedimiento de tomar el valor medio pesado de la función geométrica del campo ( $\langle M \rangle$ ) fuera de la integral supone  $\langle M \rangle$  independiente del perfil electrónico a lo largo de la trayectoria. TITHERIDGE (1972) estudió ampliamente esta aproximación, considerando radiofaros instalados en satélites sincrónicos, para una gran variedad de modelos y rangos geográficos; y encontró que, en promedio, es posible trabajar con ella, pero no con la antigua opinión de obtener  $N_F$  hasta el satélite, sino hasta la denominada altura de Faraday

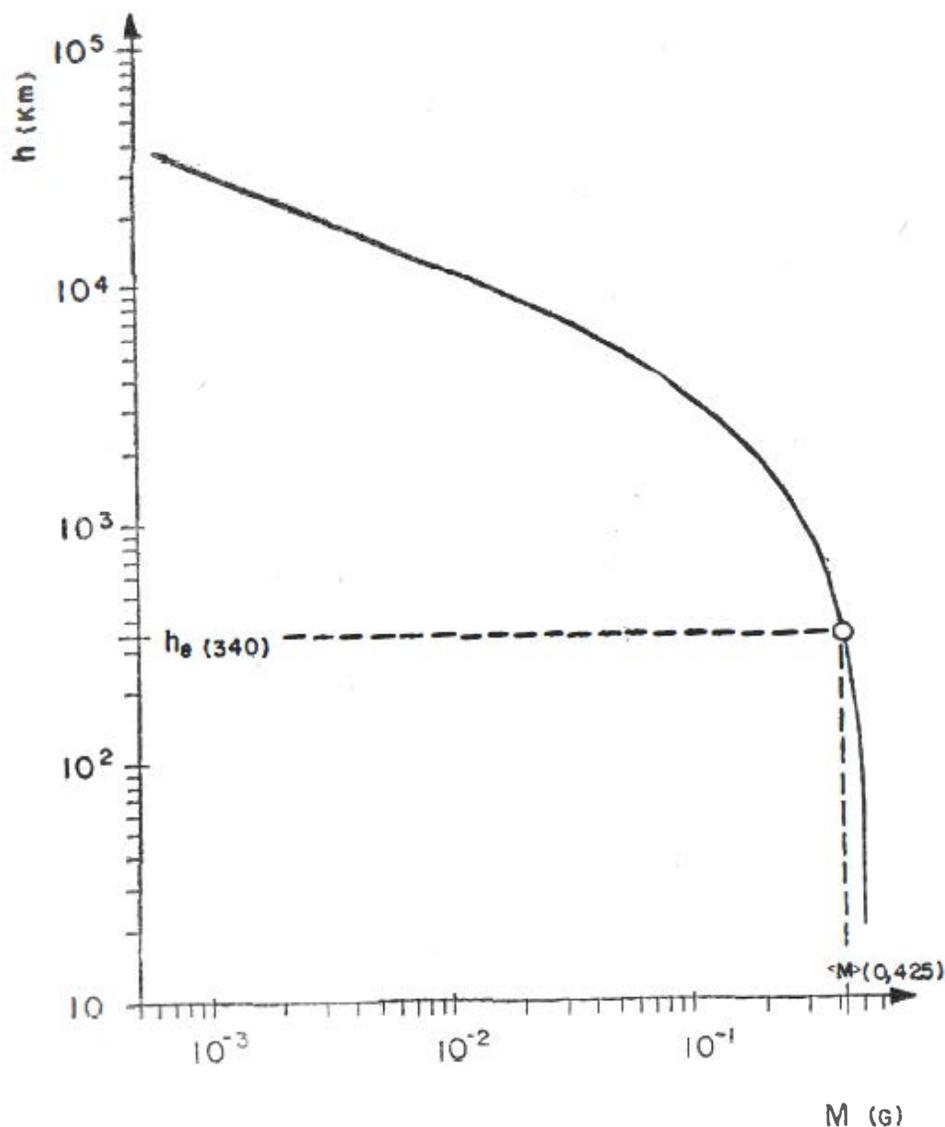


FIG. 4. Función geométrica del campo para la trayectoria ATS-6-Habana.

$(h_F)$ , con una exactitud de un 5 %. Además mostró que, en general,  $h_F = 2000 \pm 100$  Km. Por ello,

$$N_F = \int_0^q N dh \quad (8)$$

siendo  $q \stackrel{\text{def}}{=} h_F$

Es conveniente especificar que el  $N_F$  planteado es la suma de las proyecciones verticales de los diferenciales de contenido electrónico, asociados a cada elemento de trayectoria y, por ende, está definido en la vertical del punto subionosférico. Este punto es la proyección sobre la superficie terrestre del denominado punto ionosférico, cuya altura  $h_e$  —sobre la trayectoria del rayo— se determina en base al valor teórico obtenido para  $\langle M \rangle$  por la condición  $\langle M \rangle = M(h_e)$ .

La función geométrica del campo  $M(h)$ , y su valor medio pesado  $\langle M \rangle$ , para la trayectoria Habana-ATS-6, se muestran en la Fig. 4. Dichos factores se calcularon considerando modelos de la concentración electrónica (DETMAN y FELSKE, 1976) y del campo geomagnético (CAIN *et al.*, 1965). El modelo de Detman y Felske, que permite obtener la distribución de la concentración electrónica como función de la altura y del tiempo, parte de la solución de las ecuaciones de continuidad y momento para los elec-

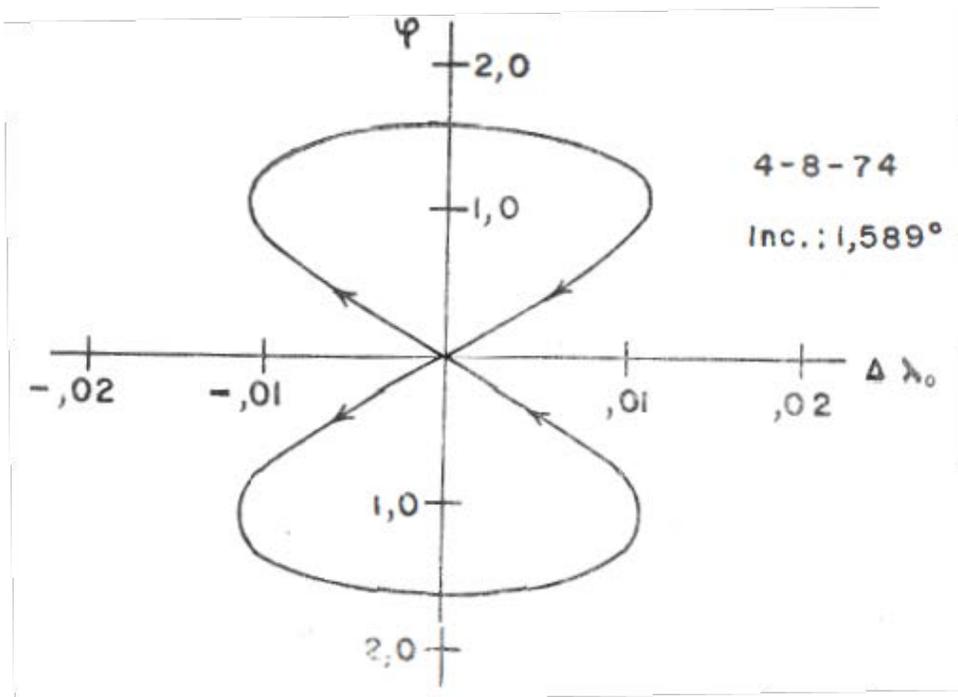


FIG. 5. Movimiento virtual del satélite geoestacionario ATS-6.

trones e iones oxígeno, teniendo en cuenta los vientos neutrales y el campo eléctrico dinamo. Los cálculos de la trayectoria fueron determinados desde el satélite hasta la estación terrestre con un paso de 20 km en altura. En la Fig. 4 se puede observar que el factor  $M$  (expresado en gauss) es relativamente constante por debajo de los 1 000 km. El rango, relativamente pequeño, de la variación diaria del punto ionosférico, inferido de  $\langle M \rangle$  en el marco de los modelos utilizados, permitió elegir (FELSKE *et al.*, 1975; BETTAC *et al.*, 1979) como altura efectiva ( $h_e$ ) el nivel de 340 km con un error inferior al 3 %. No obstante, es conveniente aclarar que, en general, no es posible fijar  $\langle M \rangle$ , porque tanto  $M$  como  $N$  sufren continuas variaciones.

Otro aspecto que debe ser considerado al analizar el error en el factor  $M$ , es la inclinación no nula del satélite sincrónico. A manera de ejemplo se muestra en la Fig. 5 la variación virtual del ATS-6, donde en el eje vertical se relaciona su latitud ( $\varphi$ ) y en el horizontal la desviación en longitud ( $\Delta\lambda_s$ ) respecto a su longitud central ( $\lambda_s$ ).

El examen integral de ambas afectaciones arroja un error inferior al 6 % en la determinación de  $\langle M \rangle$ . En la Tabla 2 se presentan las coordenadas del punto ionosférico de la trayectoria Habana-ATS-6, considerando su rango de variación diaria y la influencia de la inclinación no nula del satélite sincrónico.

TABLA 2. Coordenadas del punto ionosférico según modelos utilizados.

Variación diaria			
Altura ( $h_e$ )	324 km	340 km	362 km
Latitud	21°40'N	21°36'N	21°31'N
Longitud	83°14'W	83°16'W	83°19'W
Variación por inclinación no nula del ATS-6 ( $h_e = 340$ km)			
Latitud (ATS-6)	1°32'N	21°43'N	83°15'W
Latitud	0°	21°36'N	83°16'W
Longitud	1°32'S	21°29'N	83°17'W

#### 4.2 Ángulo absoluto de rotación Faraday

Al determinar el ángulo absoluto de rotación Faraday ( $\Omega$ ) hay que tener en cuenta que su estructura es la siguiente:

$$\Omega = \Omega' + \Omega_0 \pm n\pi \pm \Delta\Omega' \quad (9)$$

donde  $\Omega'$  es el ángulo relativo de rotación Faraday medido por el polarímetro;  $\Omega_0$  es el ángulo entre la propagación de la polarización emitida por el satélite en el plano receptor y el cero de polarización de la estación terrestre;  $n\pi$  es el término que pone de manifiesto la indeterminación propia de las observaciones de rotación Faraday y  $\Delta\Omega'$  es el error en el ángulo de polarización registrada.

La determinación de  $\Omega_0$  y el análisis de la incertidumbre en  $n\pi$  serán tratados en los próximos epígrafes. Aquí nos detendremos en las fuentes de error que afectan el ángulo de polarización medido.

El error instrumental es, en general, inferior al 1 %; ya que la sensibilidad del polarímetro es de un grado, y el nivel mínimo promedio del ángulo absoluto es de  $100^\circ$ .

La refracción experimentada por radio-ondas que atraviesan la ionosfera ha sido ampliamente discutida en la literatura (GARRIOT, 1960; TITHERIDGE, 1964; AL'PERT, 1974). Sus efectos sobre la rotación Faraday en 140 MHz resultan muy inferiores al 1 % (DAVIES *et al.*, 1975), por lo que pueden ser despreciados.

El principal error en este tipo de medición es el de reflexión (BETTAC *et al.*, 1979). Las señales reflejadas en la superficie terrestre pueden, bajo condiciones desfavorables, alterar considerablemente la rotación Faraday experimentada por la onda directa. En la Fig. 6 se muestra la simulación matemática de dicho efecto para nuestras condiciones, considerando suelos seco y húmedo. En ella se nota una marcada variación cíclica del error en dependencia del ángulo  $u_0$ , entre el plano de vibración del campo magnético y el plano de incidencia, como se ha discutido para otros polarímetros (HICKS, 1975). En nuestro caso, para condiciones de inexactitud máximas, dicho error es inferior al 3 %.

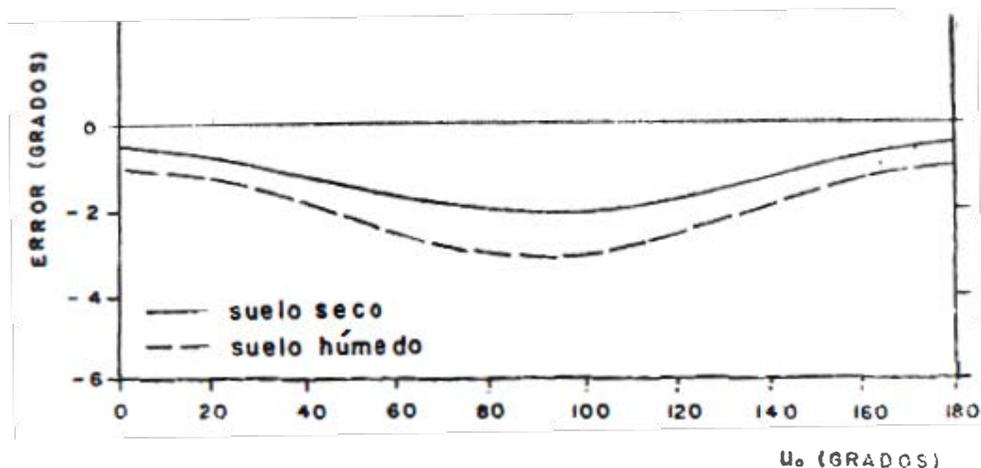


FIG. 6. Variación cíclica del error de medición de la rotación Faraday para suelo seco y húmedo.

Todo lo anteriormente planteado conlleva a que la relación entre el contenido electrónico ( $N_F$ ), correspondiente a la vertical del punto subionosférico (21°36'N, 83°16'W), y la rotación Faraday ( $\Omega$ ), experimentada por las radio-ondas de 140 MHz del ATS-6 en su trayectoria hacia La Habana, sea

$$N_F = 3,4 \cdot 10^{14} \Omega \quad (10)$$

donde  $N_F$  está dado en  $m^{-2}$  y  $\Omega$  en grados sexagesimales. El error con que se obtiene  $N_F$  será como máximo del 10 %, en el marco de los modelos utilizados.

### 5. ÁNGULO ENTRE LA POLARIZACIÓN EMITIDA POR UN SATÉLITE SINCÓNICO Y EL CERO DE POLARIZACIÓN DEL RECEPTOR

Un parámetro de gran importancia en las mediciones de rotación Faraday lo constituye la orientación de la polarización transmitida por un satélite en órbita geoestacionaria respecto al cero de la estación receptora; o sea, el ángulo  $\Omega_0$  que la proyección de la antena del radio faro forma con el horizonte del observador en el plano receptor de la estación terrestre (DAVIES *et al.*, 1977).

Una estación receptora, ubicada en el ecuador en la vertical de un satélite sincrónico, registrará el cero de polarización (rotación Faraday nula), en ausencia de ionosfera, para una determinada orientación de sus antenas. Dicha orientación, por consideraciones geométricas, variará con la posición geográfica de la estación terrestre. Nuestro interés se centra en determinar dicho ángulo ( $\Omega_0$ ) y, para ello, partiremos de las siguientes suposiciones:

- a) La orientación de la polarización emitida por el satélite sincrónico está contenida en un plano (plano de emisión) que forma un ángulo  $\alpha$  con el ecuador geográfico y es perpendicular a la distancia radial Tierra-satélite.
- b) El ángulo  $\alpha$  lo consideramos positivo si aumenta su valor al girar el plano de emisión en sentido *W-E*.
- c) El plano receptor es perpendicular a la trayectoria del rayo entre el satélite sincrónico y la estación terrestre.
- d) El cero del registro terrestre ocurre cuando la polarización emitida es perpendicular al plano círculo vertical del satélite sincrónico respecto a la estación receptora, o sea la dirección determinada por la intersección de los planos receptor y del horizonte.

En la Fig. 7 se muestra un esquema ilustrativo para el cálculo de  $\Omega_0$ . Supondremos la estación receptora en  $H(\varphi, \lambda, R)$ , el satélite en  $S(L)$

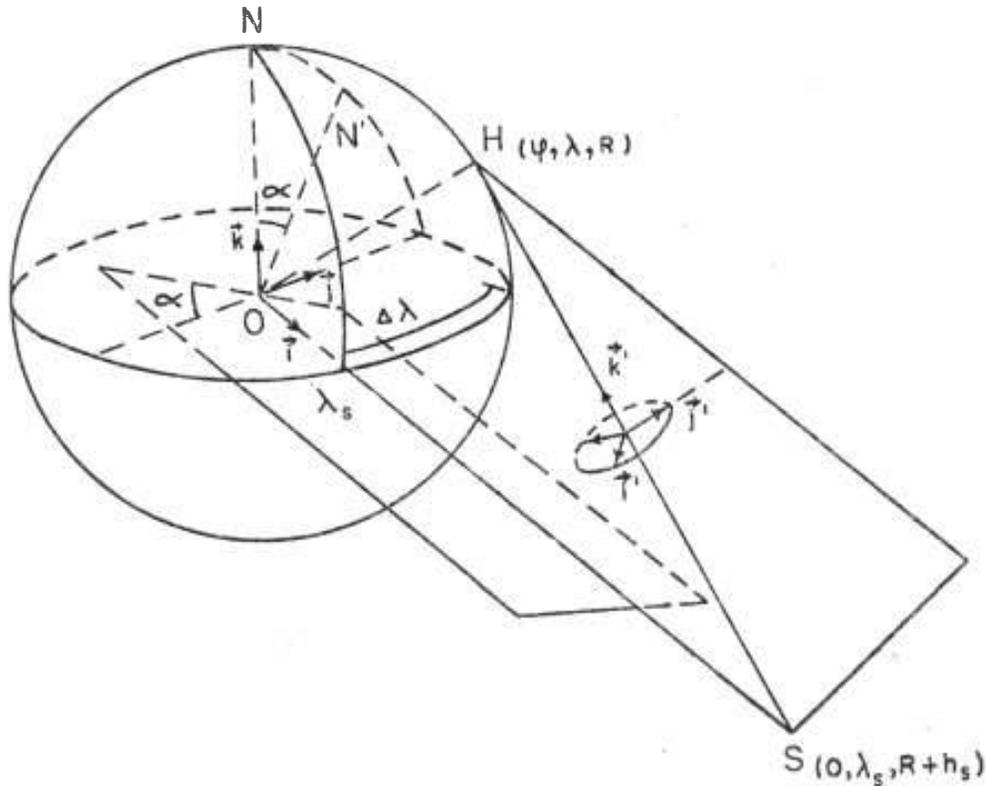


FIG. 7. Esquema para la determinación de  $\Omega_0$ .

(siendo  $L = (0, \lambda_s, R + h_s)$ ) y el centro de la Tierra en  $O(0,0,0)$ . Las direcciones  $\vec{ON}$  y  $\vec{ON}'$  son respectivamente perpendiculares al ecuador y al plano de emisión.

Resulta claro que el ángulo  $\Omega_0$  puede inferirse del producto escalar de las proyecciones (en el plano receptor) de las normales a los planos círculo vertical del satélite respecto a la estación receptora ( $\vec{OH} \times \vec{OS}$ ) y aquél ( $ON'S$ ) que forma un ángulo  $\alpha$  con el meridiano del satélite ( $\vec{ON}' \times \vec{OS}$ ). Por ello, para dar la orientación del espacio, consideraremos dos triedros ortonormales; uno situado en  $O$  y definido por los vectores unitarios  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , cuyas direcciones se pueden apreciar en la Fig. 7; el otro localizado sobre la trayectoria del rayo y determinado por los vectores y pseudo vectores  $\vec{k}', \vec{j}', \vec{i}'$  en las direcciones  $\vec{SH}, \vec{OH} \times \vec{OS}, \vec{HS} \times (\vec{OH} \times \vec{OS})$

$$\begin{aligned}
\vec{k}' &= \left[ R \cos \varphi \cos \Delta\lambda - (R + h_s) \right] \vec{i} + R \cos \varphi \sin \Delta\lambda \vec{j} + \\
&\quad + R \sin \varphi \vec{k} \\
\vec{j}' &= \sin \varphi \vec{j} - \cos \varphi \sin \Delta\lambda \vec{k} \\
\vec{i}' &= (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda) \vec{i} + (h_s/R + 1 - \cos \varphi \cos \Delta\lambda) \times \\
&\quad \times \left[ \cos \varphi \sin \Delta\lambda \vec{j} + \sin \varphi \vec{k} \right]
\end{aligned} \tag{11}$$

donde  $\Delta\lambda$  es la diferencia entre las longitudes del satélite y de la estación terrestre,  $h_s$  es la altura media del satélite y  $R$ , el radio terrestre (6 370 km). El vector  $\vec{k}'$  está orientado en la dirección de propagación de las radioondas y los vectores  $\vec{i}'$ ,  $\vec{j}'$  definen el plano receptor.

Denominando por  $\vec{h}$  al pseudovector  $\vec{ON}' \times \vec{OS}$  ( $= \cos \alpha \vec{j} - \sin \alpha \vec{k}$ ), podemos obtener

$$\begin{aligned}
I &= \vec{i}' \cdot \vec{h} / |\vec{i}'| \\
J &= \vec{j}' \cdot \vec{h} / |\vec{j}'|
\end{aligned} \tag{12}$$

donde:  $I$  y  $J$  son las componentes de la proyección de  $\vec{h}$  en el plano receptor ( $\vec{h}'$ ). En la Fig. 8 se muestra una vista del plano receptor, donde  $\vec{E}$  es el vector campo eléctrico de la señal radiada. Como,

$$\cos \Omega_0 = \left[ 1 + (I/J)^2 \right]^{-1/2} \tag{13}$$

obtenemos.

$$\begin{aligned}
\Omega_0 &= \arccos \left[ Q(\sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \Delta\lambda \sin \alpha) / (D) \right], \text{ siendo el símbolo} \\
D &= (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda)^{1/2}
\end{aligned} \tag{14}$$

$$Q = \left\{ \left[ (h_s/R + 1 - \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2 + \sin^2 \varphi + L \right] / \psi \right\}^{1/2}$$

siendo  $L \doteq \cos^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda$

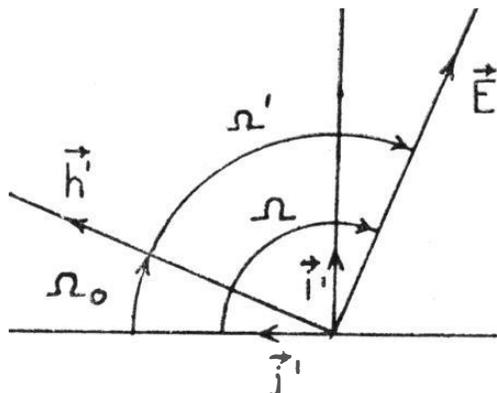


FIG. 8. Vista del plano receptor de la antena.

siendo:

$$\psi \approx Q \left[ (h_s/R + 1 - \cos \varphi \cos \Delta \lambda)^2 + \right. \\ \left. + (\sin \varphi \cos \alpha + \cos \varphi \sin \Delta \lambda \sin \alpha)^2 \right]$$

donde  $Q$  es el factor que nos proyecta las direcciones iniciales en el plano de la estación terrestre.

Frecuentemente la orientación de la polarización emitida está contenida en el plano ecuatorial ( $\alpha = 0^\circ$ ). Este es el caso del ATS-6 y de otros satélites similares. Para la disposición estación polarimétrica ZFA-F-IE-satélite sincrónico ATS-6 ( $94^\circ\text{W}$ ), obtuvimos, con ayuda de (14),  $\Omega_0 = 25^\circ$ .

## 6. INCERTIDUMBRE EN $n\pi$

El nivel absoluto de los registros de rotación Faraday en una sola frecuencia está indeterminado en  $\pm n\pi$ , ya que no es posible especificar cuantas medias vueltas ha rotado el plano de polarización entre los puntos transmisor y receptor. Además, producto tanto de interrupciones en las emisiones del satélite como de desperfectos en la estación receptora, se producen intervalos temporales variables en los que no se registra la rotación Faraday. Esto trae como consecuencia que el registro Faraday no sea continuo, exhibiendo períodos con información separados entre sí por intervalos en los que el dato está ausente. La indeterminación en los niveles relativos de dichos períodos es otra dificultad con que cuentan las observaciones en una sola frecuencia.

NAKATA (1966) encontró —en Kokobunji, Japón ( $35^\circ 42' \text{N}$ ,  $139^\circ 29' \text{E}$ )— una buena relación entre las variaciones temporales del ángulo relativo de rotación Faraday ( $\Omega'$ ), registrado en la señal de 137 MHz del satélite geostacionario SYNCOM3, y del cuadrado de la frecuencia crítica de la

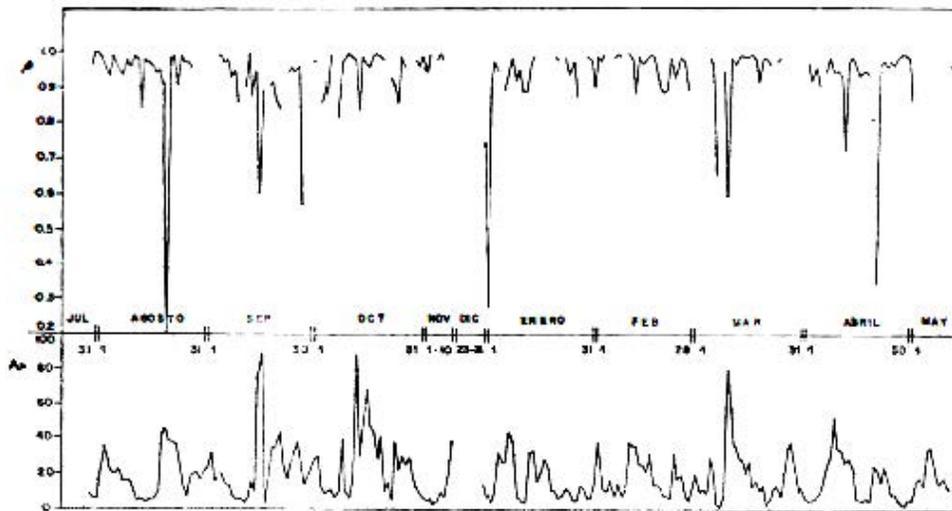


FIG. 9. Gráfico comparativo entre  $A_p$  y  $\rho$  (ATS-6) 1974-75.

capa F2 ( $f_c$ ). Teóricamente demostró la existencia de una relación lineal y homogénea entre el ángulo absoluto ( $\Omega$ ) y  $f_c^2$ ,

$$\Omega = K' \langle M \rangle \tau f_c^2 \quad (15)$$

donde  $\tau$  es el parámetro grosor equivalente de la ionosfera (integral de la concentración electrónica normalizada con la altura) y  $K'$  es una constante. Por último, planteó la posibilidad de eliminar la ambigüedad de la polarización extrapolando el intercepto ( $f_c = 0$ ) de la relación lineal  $\Omega'$  vs.  $f_c^2$ .

Para comprobar en nuestras condiciones el ajuste entre ambas variables, se determinaron los coeficientes de correlación, las pendientes y los interceptos de los conjuntos de pares ( $\Omega', f_c^2$ ) correspondientes a cada día del período registrado. La digitalización de la información Faraday y de sondeo vertical se efectuó cada 15 minutos. Los cálculos se realizaron aplicando el método de los mínimos cuadrados a muestras de tamaño ( $m$ ):  $20 \leq m \leq 96$ . En la Fig. 9 se presentan las variaciones del coeficiente diario de correlación ( $\rho$ ), conjuntamente con las del índice magnético planetario  $A_p$ . De ella se desprende que, independientemente de la actividad magnética del día, los  $\rho$  son superiores a 0,8 en el 96 % de los casos y muy superiores a 0,9 en el 85 % de los días elaborados. Esto indica que la bondad del ajuste se mantiene no sólo durante los días quietos, sino también en los perturbados. Por ello podemos concluir que, durante el período analizado, la influencia de la actividad magnética fue similar tanto sobre el contenido Faraday como sobre el máximo de concentración electrónica de la capa F2. La Fig. 10 muestra las rectas de regresión de tres

días con diferentes  $A_p$ , cuyos altos  $\rho$  son característicos del intervalo registrado. En la Fig. 11 se presenta un cuadro general del comportamiento de la relación lineal  $\Omega'$  vs.  $f_c^2$ , realizado escogiendo al azar varios días con diferentes  $A_p$  y  $\rho$ . En ella se puede notar que, independientemente de los altos  $\rho$  que les corresponden, la resolución en los interceptos no permite solucionar en su totalidad la ambigüedad en las mediciones de rotación Faraday. Esto se debe, en parte, a la dispersión de las pendientes mínimo-cuadráticas que están dadas por el producto de los promedios pesados de  $M$  y  $\tau$ , como puede verse en (15). En particular,  $\tau$  es una magnitud que varía continuamente en el día y de día a día. Además, debemos tener presente que los interceptos son calculados por extrapolación en una zona carente de datos ( $f_c < 2-3$  MHz). No obstante, la metodología propuesta por NAKATA (1966), aunque no permite determinar  $\Omega_0$ , permitiría inferir el valor de  $n$ , eliminando la incertidumbre en  $n\pi$ . Sin embargo, en ocasiones, estos resultados mínimo-cuadráticos no se ajustan a los valores nor-

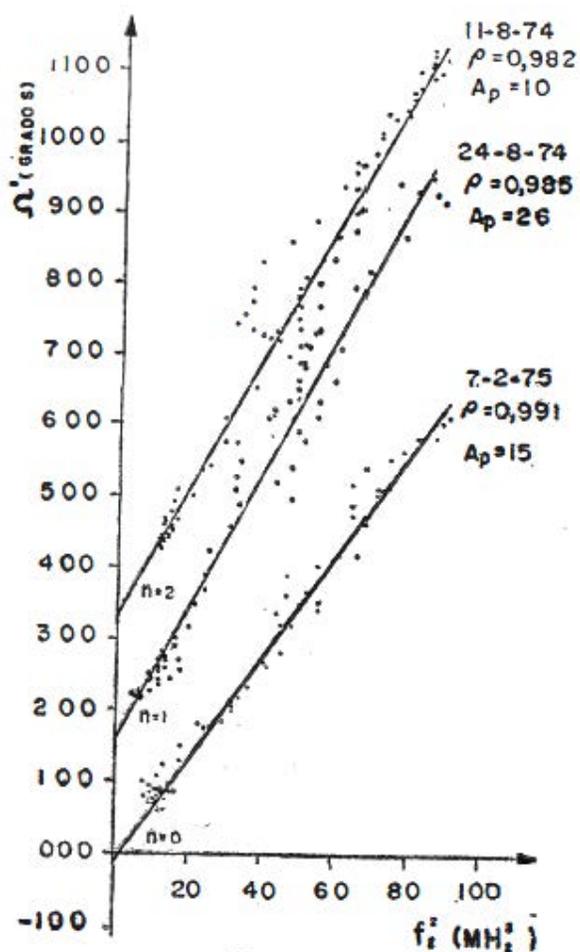


FIG. 10. Relación lineal entre  $\Omega'$  y  $f_c^2$ .

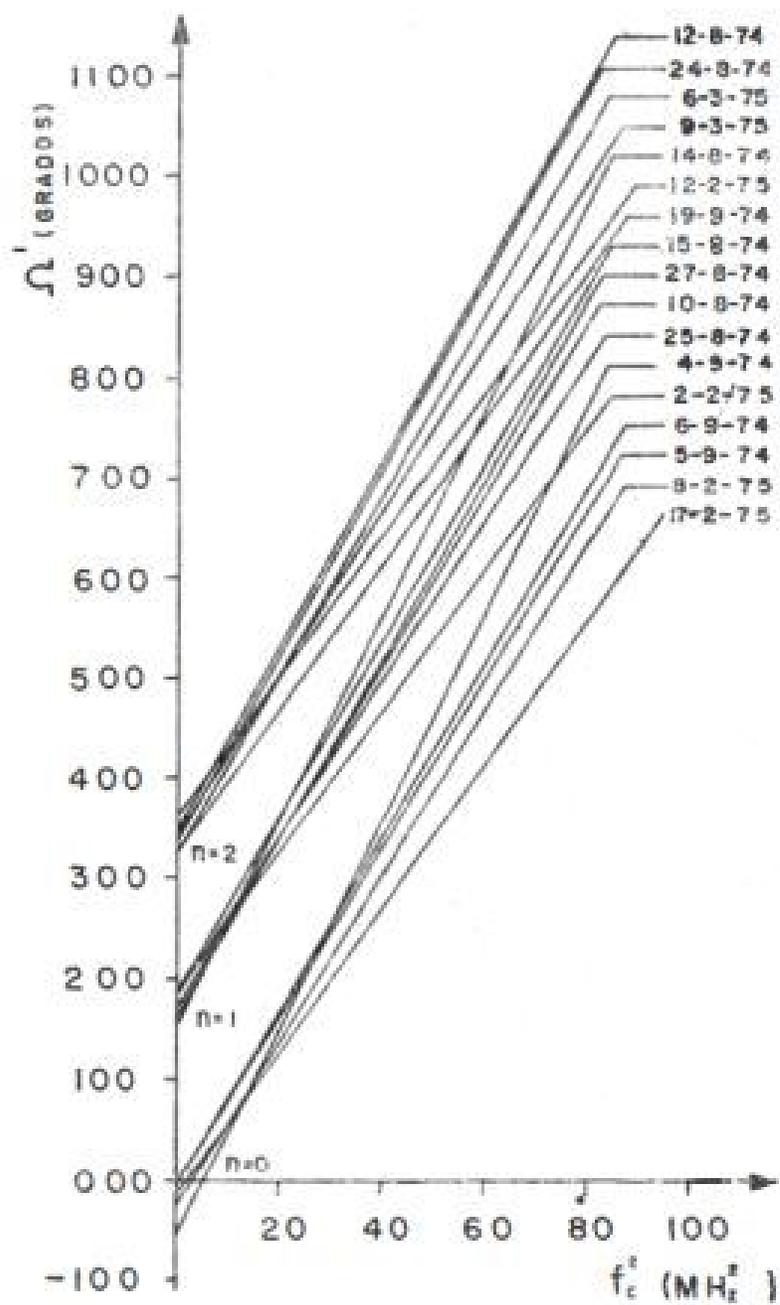


FIG. 11. Cuadro general del comportamiento de la relación lineal  $\Omega$  vs  $f_c^2$ .

males correspondientes al mínimo nocturno y a la razón entre el máximo y el mínimo de la rotación Faraday. Por ello consideramos que, aunque el método de NAKATA (1966) es de gran utilidad, al intentar eliminar la incertidumbre en  $n\pi$  debe realizarse un análisis completo de la información registrada.

## 7. SUMARIO

El método de rotación Faraday constituye uno de los métodos más utilizados en el estudio del contenido electrónico, fundamentalmente por la simplicidad del equipamiento en Tierra y a bordo del satélite. No obstante, la conversión de la información Faraday en contenido electrónico no es directa y presenta algunos inconvenientes, tales como incertidumbres en el nivel absoluto y afectación por el campo magnético, que requieren ser considerados.

En este trabajo se resumen los procedimientos empleados por los autores para el cálculo del contenido electrónico ionosférico en Cuba (1974-75), derivado de las mediciones de rotación Faraday en 140 MHz correspondientes al satélite sincrónico ATS-6. En el desarrollo del mismo se utilizaron el modelo de concentración electrónica elaborado por DETMAN y FELSKE (1976) y el desarrollo en armónicos esféricos ( $n = m = 6$ ) del campo geomagnético realizado por CAIN *et al.* (1965). Los principales resultados obtenidos para la trayectoria ATS-6 (94°W)-Habana, en el marco de los modelos considerados, son los siguientes:

1. Se determinó la validez de la aproximación Q-L en el cálculo del contenido Faraday, desarrollándose expresiones matemáticas que permiten valorar el tipo de aproximación conveniente.
2. Se estableció la relación que determina el contenido electrónico ionosférico como función del ángulo absoluto de rotación Faraday. Se analizaron las diversas fuentes de error, determinándose que su afectación es del 10 % como máximo.
3. Se determinaron expresiones teóricas generales para el cálculo del ángulo entre la polarización inicial emitida por un satélite sincrónico y el cero de polarización de una estación terrestre. Dicho resultado se aplicó a las emisiones polarimétricas del ATS-6 recibidas en Cuba.
4. Se estableció la existencia de altas correlaciones diarias entre el contenido Faraday y el máximo de concentración electrónica de la capa F2, tanto bajo condiciones tranquilas como perturbadas. Dichos resultados son útiles al intentar eliminar la incertidumbre en  $n\pi$ ; pero deben considerarse, conjuntamente con otros, en el marco de un análisis completo de la información registrada.

## REFERENCIAS

- AL'PERT, Ya. L. (1974): *Radio wave propagation and the ionosphere*. Consultants Bureau, Nueva York, vol. 2, pp. 242-246.
- BETTAC, H. D., y WIENER, A. (1975): A two-channel Faraday fading receiving system at 140 MHz. En *Proceedings on the beacon satellite investigations of the ionosphere structure and ATS-6 data*, Moscú, vol. 2, pp. 136-145.
- BETTAC, H. D., JAKOWSKI, N., KUGLAND, H. G., WIENER, A., LOIS, L., y LAZO, B. (1979): Determinación del contenido electrónico total por mediciones sobre señales de un satélite geostacionario. *Cien. Tierra Espacio*, 1:151-168.
- CAIN, J. C., DANIELS, W. E., HENDRICKS, S. J., y JENSEN, D. C. (1965): An evaluation of the geomagnetic field 1940-1962. *J. Geophys. Res.*, 70:3647-3674.
- DAVIES, K., FRITZ, R. B., y GRUBB, R. N. (1972): The ATS-F/G radio beacon experiments. *J. Environ. Sci.*, 15:31-35.
- DAVIES, K., FRITZ, R. B., GRUBB, R. N., y JONES, J. E. (1975): The ATS-6 radio beacon: Technique and some early results. En *Proceedings on the beacon satellite investigations of the ionosphere structure and ATS-6 data*, Moscú, vol. 2, pp. 93-135.
- DAVIES, K., DEGENHARDT, W., HARTMANN, G. K., y LEITINGER, R. (1977): *Electron content measurements over the U. S. MPI f. Aeron.*, Lindau, 183 pp.
- DETMAN, R., y FELSKÉ, D. (1976): Modelo teórico de las ecuaciones de balance en la alta ionosfera [en ruso]. *Geomagnet. Aeron.*, 16(6):986-992.
- FELSKÉ, D., BETTAC, H. D., y LAZO, B. (1975): First results of ATS-6 Faraday rotation measurements at 140 MHz. En *Proceedings on the beacon satellite investigations of the ionosphere structure and ATS-6 data*, Moscú, vol. 2, pp. 191-197.
- GARRIOT, O. K. (1960): The determination of ionospheric electron content and distribution from satellite observations. Part 1. Theory of the analysis. *J. Geophys. Res.*, 65:1139-1150.
- HICKS, P. A. (1975): Antenna and ground-reflection induced errors in the measurement of Faraday rotation. En *Proceedings on the beacon satellite investigations of the ionosphere and ATS-6 data*, Moscú, vol. 1, pp. 92-98.
- MASS, J. (1966): The Faraday fading rate for nearly transversal propagation. *Radio Sci.*, 1(10):1137-1140.
- NAKATA, Y. (1966): Variation in ionospheric electron content measured by radio waves from SYNCOM-3. *Radio Sci.*, 1(10):1145-1148.
- RISHBETH, H., y GARRIOT, O. K. (1969): *Introduction to ionospheric physics*. Academic Press, Nueva York, Internatl. Geophys. Ser., vol. 14, 331 pp.
- TITHERIDGE, J. E. (1964): The refraction of satellite signals. I. Theoretical calculations. *J. Atmospheric Terrest. Phys.*, 26(2):159-176.
- (1972): The use of Faraday rotation measurements on geostationary satellites. En *Proceedings of the symposium on the future application of satellite beacon measurements*, Graz, pp. 65-72.

## ABSTRACT

The total electron content of the ionosphere was measured continuously at Cuba by monitoring the Faraday rotation of VHF radio signals from the ATS-6 synchronous satellite, between July 1974 and May 1975. Procedures of data reduction and evaluation of accuracy, considering theoretical models of the electron concentration of the ionosphere and geomagnetic field, are summarized. Analytical expressions for the beacon antenna aspect angle and the angle of propagation are derived; in particular, it is shown that the quasi-longitudinal approximation for the ATS-6 (94°W) Havana propagation is valid. Taking into account the high linear correlation of the time variation between the Faraday rotation and the square of F2 critical frequency found, the ambiguity in the determination of integral numbers of half-rotations is discussed.

**CDU 550.388.2**