

Construcción aproximada de las trayectorias de las ondas cortas de radio en una ionosfera con gradientes horizontales débiles

R. MARTÍNEZ BRUNET y R. MARTÍN HERNÁNDEZ

RESUMEN

Se construyen las trayectorias de las ondas decamétricas en la región ecuatorial, mediante un desarrollo asintótico basado en la pequeñez relativa de los gradientes horizontales. Las trayectorias así construidas se comparan con las obtenidas por integración numérica de las ecuaciones del rayo con resultados satisfactorios. Los cálculos realizados para dos niveles de actividad solar muestran que, cuando ésta es baja, los gradientes horizontales pueden introducir considerable afectación en las trayectorias.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Consideraciones generales

Para el estudio de la propagación de las ondas cortas de radio en la ionosfera, resulta de gran utilidad la construcción de las trayectorias. Sin embargo, la imposibilidad de obtener una solución exacta —salvo para un reducido número de casos— es, en este sentido, una seria limitación. En particular, tal dificultad se presenta cuando es necesario construir las trayectorias en una ionosfera con gradientes horizontales de la concentración electrónica. Esta situación se trata de salvar con la utilización de métodos aproximados de cálculo, mediante la aplicación de distintas variantes de la teoría de perturbaciones, basadas en la pequeñez relativa de los gradientes horizontales en comparación con el vertical.

En los últimos años se ha dedicado especial atención al desarrollo de métodos de cálculo apropiados para trayectorias de gran longitud, donde el método de perturbaciones, en su variante más simple, pierde su validez (BARANOV *et al.*, 1977, 1982; BARANOV y POPOV, 1980*a,b*; GURIEVICH y TSEDLINA, 1979; MARTÍNEZ y POPOV, 1980).

Manuscrito aprobado el 3 de noviembre de 1983.

R. Martínez Brunet y R. Martín Hernández pertenecen al Instituto de Geofísica y Astronomía, de la Academia de Ciencias de Cuba.

En el trabajo de MARTÍNEZ y POPOV (1980) se fundamentó la construcción de la solución asintótica del sistema de ecuaciones del rayo en base del método de desarrollo en dos escalas. En el presente trabajo aplicaremos este resultado al estudio de algunas características de las trayectorias en la región ecuatorial.

1.2 Fundamento teórico

Expondremos a continuación aquellos aspectos teóricos esenciales para la comprensión del material posterior.

Según MARTÍNEZ y POPOV (1980), las trayectorias se construyen paramétricamente como funciones de dos variables t y T , en forma de un desarrollo en potencias del pequeño parámetro ν :

$$\begin{aligned} Z(t, T) &= Z_0(t, T) + \nu Z_1(t, T) + \nu^2 Z_2(t, T) + \dots \\ \Theta(t, T) &= \Theta_0(t, T) + \nu \Theta_1(t, T) + \nu^2 \Theta_2(t, T) + \dots \\ \Phi(t, T) &= \Phi_0(t, T) + \nu \Phi_1(t, T) + \nu^2 \Phi_2(t, T) + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

En la propagación de las ondas cortas en la ionosfera: $\nu = H/R$; donde $H \sim 300$ km es la altura característica del máximo principal de la concentración electrónica $N(r, \Theta, \Phi)$ y R el radio terrestre. En primera aproximación, la coordenada Z en (1) coincide con la altura sobre la superficie terrestre. La variable "lenta" T está relacionada con el camino de grupo T_g por la expresión: $dT_g = r^2/R dT$. A su vez, la variable "rápida" t se determina por la integral:

$$t = (1/\nu) \int_{\circ}^T \omega(T) dT \quad (2)$$

Con el desarrollo asintótico (1), la componente vertical en aproximación de orden ν^0 , $Z_0(t, T)$ se obtiene de la inversión de la integral:

$$t = \pm \omega(T) \int [\varepsilon(Z_0, \Theta_0, \Phi_0) - q(T)]^{-1/2} dZ_0 \quad (3)$$

donde $\varepsilon = r^2/R^2 \varepsilon$ es la permisividad dieléctrica modificada, y la "frecuencia" ω se determina por:

$$\pi/\omega = \int_{\zeta^-}^{\zeta^+} [\varepsilon(\zeta, \Theta_0, \Phi_0) - q(T)]^{-1/2} d\zeta \quad (4)$$

siendo ε^{\pm} los puntos de retorno, raíces de la ecuación:

$$\tilde{\varepsilon}(\zeta^{\pm}, \Theta_0, \Phi_0) - q(T) = 0.$$

La magnitud $q(T)$ queda determinada a lo largo de la trayectoria por la invariante adiabática I , dada por:

$$I = \int_{\zeta^-(T)}^{\zeta^+(T)} [\tilde{\varepsilon}(\zeta, \Theta_0, \Phi_0) - q(T)]^{1/2} d\zeta =$$

$$= \int_{\zeta^-(0)}^{\zeta^+(0)} [\tilde{\varepsilon}(\zeta, \Theta_0(0), \Phi_0(0)) - \tilde{\varepsilon}(\zeta(0), \Theta_0(0), \Phi_0(0)) \cos^2 \beta_0]^{1/2} d\zeta \quad (5)$$

donde en la segunda igualdad hemos hecho explícita la determinación del valor de la invariante por las condiciones iniciales, y, en particular, por el ángulo de emisión vertical β_0 .

Las coordenadas angulares Θ y Φ , que en aproximación de orden ν^0 resultan ser funciones sólo de T , en el caso simplificado en que los parámetros ionosféricos dependen sólo de Θ_0 se determina por las siguientes expresiones:

$$T = \pm \int [Q(\Theta_0) \cos^2 \Theta_0 - K^2]^{-1/2} \cos \Theta_0 d\Theta_0 \quad (6)$$

$$\Phi_0 = K \int \cos^{-2} \Theta_0(T) dT, \quad (7)$$

donde, bajo las condiciones enunciadas, $q(T) = Q(\Theta)$ y la constante K se determina por las condiciones iniciales a través de la expresión $K = \cos \beta_0 \sin \psi_0 \cos \Theta_0(0)$, siendo ψ_0 el acimut inicial.

2. MODELO CUASIPARABÓLICO DE LA CONCENTRACIÓN ELECTRÓNICA

Para representar el máximo principal de la concentración electrónica de la capa F de la ionosfera, utilizaremos el denominado perfil cuasiparabólico. En este caso, la permisividad dieléctrica toma la forma:

$$\varepsilon(r) = \begin{cases} 1 & r < r_1 \\ \varepsilon_m + b^2(1/r - 1/r_m)^2 & r_1 \leq r \leq r_m \end{cases} \quad (8)$$

con:

$$\varepsilon_m = 1 - \rho^2 \quad \rho^2 = 81 \cdot 10^6 N_m / f^2 \quad b^2 = \rho^2 (1/r_1 - 1/r_m)^{-2}$$

siendo r_1 y r_m las coordenadas radiales de la base y del máximo de la concentración electrónica (N_m), respectivamente, y f la frecuencia de trabajo.

A su vez, la permisividad dieléctrica modificada está dada por:

$$\epsilon(r) = \begin{cases} r^2/R^2 & r < r_1 \\ (1/R^2) \{ (\epsilon_m + b^2/r_m^2)r^2 - 2(b^2/r_m)r + b^2 \} & r_1 \leq r \leq r_m \end{cases} \quad (9)$$

En la Fig. 1 se representa $\epsilon(r)$ para distintos valores del parámetro ρ .

Refiriéndonos a la oscilación de la trayectoria en el canal ionosfera-tierra (véase expresión 3) se destaca que la magnitud q desempeña un papel similar al de la energía en un movimiento mecánico en un pozo de potencial. Dado que ϵ tiene un mínimo a la altura $r_{min} = r_m b^2 / (b^2 + \epsilon_m r_m^2)$, existirá un valor límite inferior para q ; para valores menores no se mantiene la oscilación en el canal. Este valor límite, que simbolizamos como Q_L , viene dado por:

$$Q_L = \frac{1}{R^2} \frac{\epsilon_m r_m^2 b^2}{\epsilon_m r_m^2 + b^2} \quad (10)$$

Al estar considerando la propagación en el canal ionosfera-tierra (lo que hace necesario tomar $\zeta^- = 0$, o sea $r^- = R$), es de resaltar que el mecanismo de propagación por saltos se produce para $Q < 1$. Para $Q > 1$, se presenta el caso de propagación cordal con $r^- = RQ^{1/2}$, es decir, la propagación ocurre sin reflexiones en la superficie terrestre. En ambos casos el punto de retorno superior r^+ viene dado por:

$$r^+ = \frac{[b^2 - R(Q - Q_L)^{1/2} (\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2}]}{\epsilon_m r_m^2 + b^2} r_m \quad (11)$$

Para el modelo (9), la invariante I y la "frecuencia" ω vienen dadas por las expresiones:

$$\begin{aligned} I = & RQ^{1/2} \{ \arccos(Q\chi_1)^{1/2} - \arccos(Q^{1/2} Rr_1^{-1}) \} - R(1 - Q\chi_1)^{1/2} + \\ & + (b^2 - QR^2)^{1/2} \operatorname{arcch} \left\{ \frac{r_m r_1^{-1} (b^2 - QR^2) - b^2}{R(Q - Q_L)^{1/2} (\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2}} \right\} - \\ & - \frac{b^2}{(\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2}} \operatorname{arcch} \left\{ \frac{b^2 - r_1 r_m^{-1} (\epsilon_m r_m^2 + b^2)}{R(Q - Q_L)^{1/2} (\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2}} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\pi/\omega = RQ^{-1/2} \{ \arccos(Q^{1/2}Rr_1^{-1}) - \arccos(Qx_1^{1/2}) \} +$$

$$+ \frac{R^2}{(b^2 - QR^2)^{1/2}} \operatorname{arcch} \left\{ \frac{r_m r_1^{-1}(b^2 - QR^2) - b^2}{R(Q - Q_L)^{1/2}(\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2}} \right\} \quad (13)$$

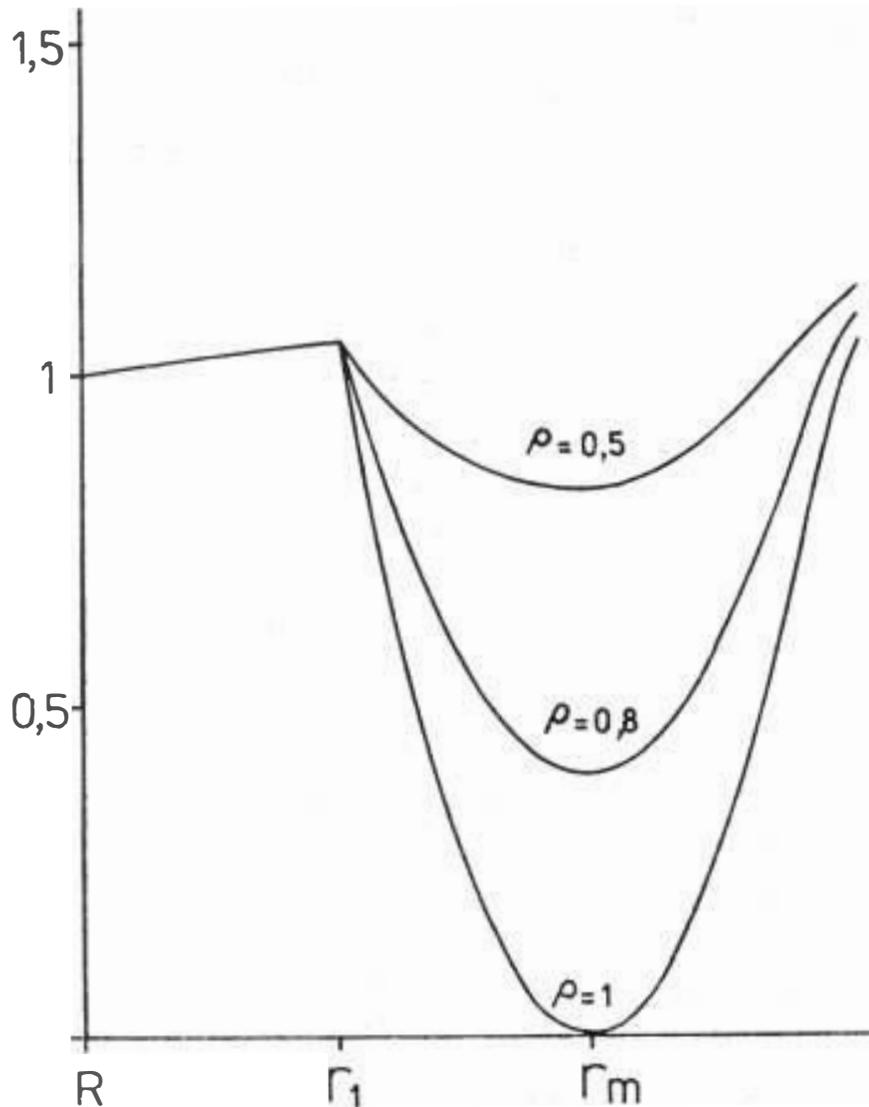


FIG. 1. Permisividad dieléctrica modificada para un perfil cuasiparabólico de la concentración electrónico-ionosférica.

donde en ambas hemos simbolizado:

$$Qx_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } Q > 1 \\ Q & \text{si } Q \leq 1. \end{cases}$$

A su vez, la componente vertical de la trayectoria (3) queda dada por:

$$r = \frac{RQ^{1/2}}{\cos [(Q^{1/2} \tilde{t}/R\omega) + \arccos(Qx_1^{1/2})]} \quad (14)$$

para el exterior de la capa ionosférica, donde

$$\begin{aligned} t &= t && \text{si } 0 \leq t \leq t_I \\ \tilde{t} &= 2\pi - t && \text{si } 2\pi - t_I \leq t \leq 2\pi \\ t_I &= \omega RQ^{-1/2} [\arccos(RQ^{1/2}r_1^{-1}) - \arccos(Qx_1^{1/2})] \end{aligned}$$

y por:

$$\begin{aligned} r &= \frac{(b^2 - QR^2) r_m}{R(Q - Q_L)^{1/2} (\epsilon_m r_m^2 + b^2)^{1/2} \operatorname{ch} \alpha + b^2} \\ \alpha &= \frac{(b^2 - QR^2)^{1/2}}{R^2} \frac{t - \pi}{\quad} \end{aligned} \quad (15)$$

para el interior de la capa. $t_I \leq t \leq 2\pi - t_I$.

3. ANÁLISIS DE LA PROPAGACIÓN TRANSECUTORIAL

3.1 Variación latitudinal de las características ionosféricas

Con el objetivo de analizar cualitativamente el comportamiento de la propagación de las ondas cortas al atravesar la zona ecuatorial, hemos tomado la dependencia de los parámetros ionosféricos con la latitud geomagnética (y en lo adelante debe considerarse a Θ como tal) reportados por KADUJIN y SOBOLEVA (1978) para el hemisferio iluminado. Los valores de N_m , Z_m y Z_r , concentración electrónica del máximo, altura del mismo y altura del "valle" entre las capas E y F (que hemos tomado aproximadamente como inicio de esta última), respectivamente, se representan en la Fig. 2. Los datos corresponden a dos situaciones diferentes de actividad solar, $W = 10-20$ y $W = 100$, y se presentan en el sector $\Theta = 0-50^\circ$, entendiéndose que existe simetría respecto al ecuador $\Theta = 0^\circ$. En el marco limitado de este análisis cualitativo, se ha despreciado la dependencia longitudinal de los parámetros ionosféricos.

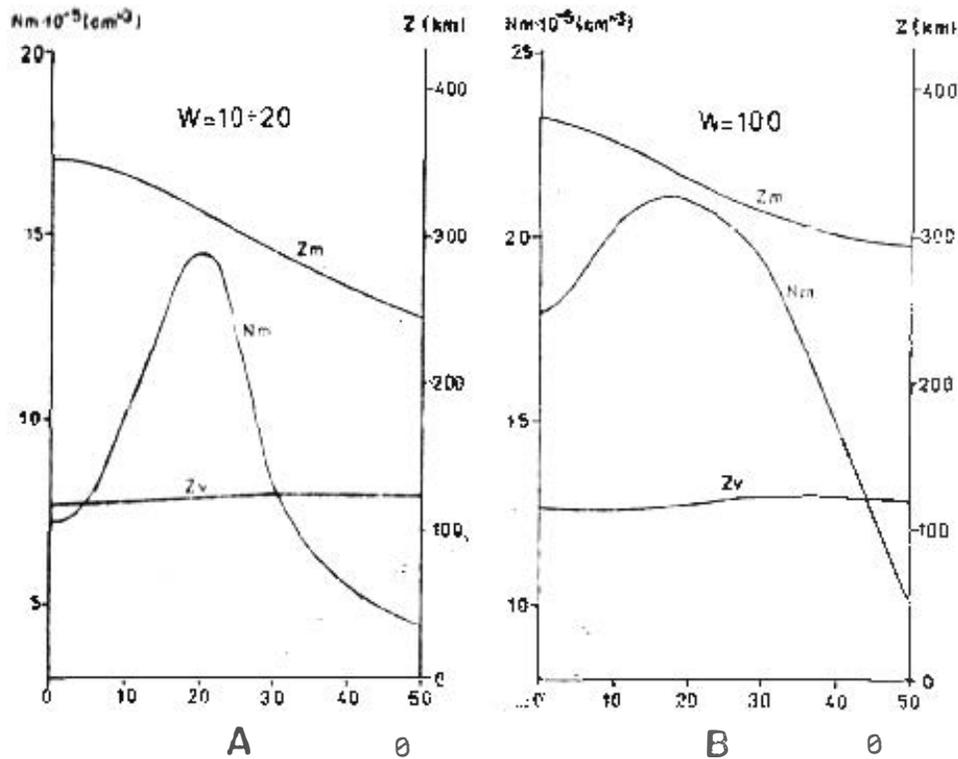


FIG. 2. Variación latitudinal de los parámetros ionosféricos, según KADUJIN y SOBOLEVA (1978).

3.2 Construcción de las trayectorias

La construcción de las trayectorias (6, 7, y 12-15) se realizó en forma numérica mediante computadora. Esto es necesario no sólo por el hecho de que la dependencia latitudinal de los parámetros ionosféricos está en forma numérica, sino también por la complejidad de la expresión de la invariante (12), que hace imposible obtener Q de otra forma. En efecto, la obtención de Q a lo largo de la traza, a medida que van variando las condiciones ionosféricas, se realizó por iteración teniendo en cuenta que $\pi/\omega = -2 \partial I / \partial Q$. Obtenido Q , las integrales (2), (6), y (7) pueden calcularse aproximadamente, dado que las cantidades subintegrales son sólo función de T , es decir, de variación lenta.

Con el ánimo de comprobar la validez del método propuesto se comparó, en forma análoga a lo realizado en otras oportunidades (MARTÍNEZ y POPOV, 1980; BARANOV *et al.*, 1982), el resultado del cálculo aproximado con el de la integración numérica directa de las ecuaciones del rayo. Esta comparación arrojó resultados completamente satisfactorios que se ejemplifican en la Fig. 3. En la misma puede verse una coincidencia

Z (Km)

$f = 25 \text{ MHz}$
 $\psi_0 = 180^\circ$
 $\theta_\infty = 42,5^\circ$
 $\varphi_0 = 0$

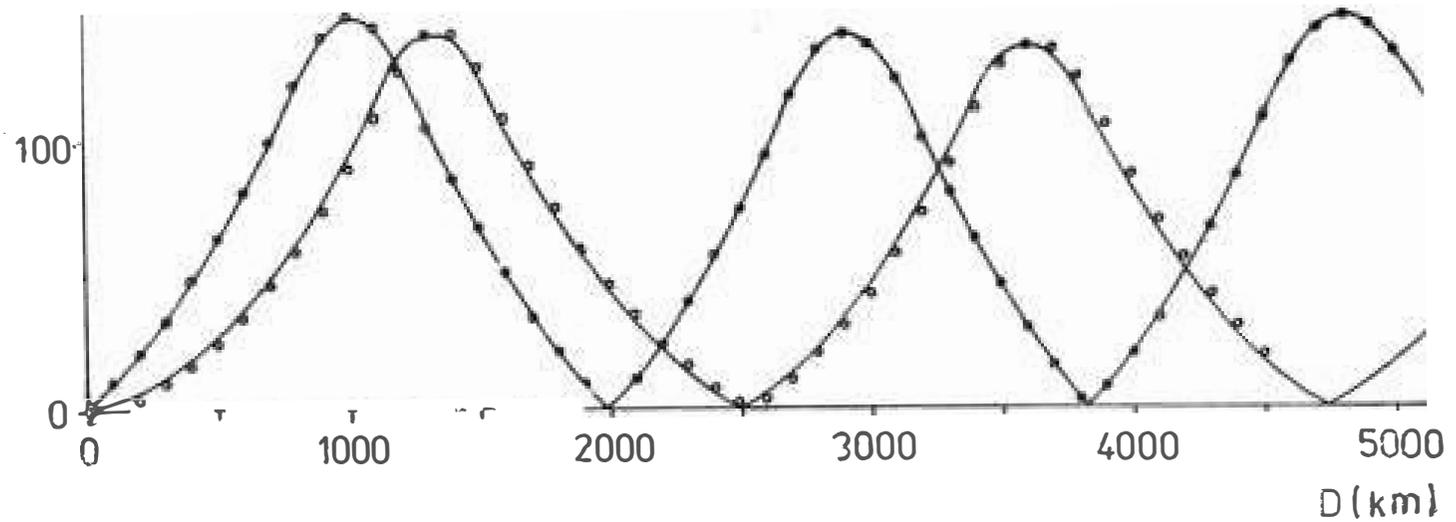


FIG. 3. Comparación entre las trayectorias calculadas por el método aproximado y el resultado de la integración numérica de las ecuaciones del rayo.

notable entre el resultado del cálculo aproximado (línea continua) y el de la integración numérica (círculos), que se extiende hasta el tercer salto.

3.3 Características de la propagación transecuatorial

Con el método descrito, se construyeron las trayectorias de las ondas de radio emitidas desde el punto de latitud geomagnética $\Theta = 34,5^\circ$ (que corresponde a la latitud de La Habana). Dado que no se toman en cuenta los gradientes longitudinales, el valor de la longitud inicial es inmaterial y se tomó arbitrariamente como $\Phi_0 = 0^\circ$. La frecuencia de trabajo se incrementó de 10 a 35 MHz, con un paso de 5 MHz. Para cada frecuencia, se consideraron acimuts en el sector $\psi_0 = 105-180^\circ$. El ángulo de emisión vertical se varió, con un paso de 2° , a partir del rasante hasta que cesaba la reflexión en la capa. Una de las ventajas del método es que necesita poco tiempo de máquina (9 seg por trayectoria, aproximadamente), lo que permitió realizar la gran cantidad de trayectorias a que hacíamos referencia.

En base de las trayectorias calculadas, se construyeron las características distancia-frecuencia (en lo adelante D-f), así como las zonas iluminadas para cada frecuencia. En la Fig. 4 se muestra un ejemplo de las primeras, correspondiente a $\psi_0 = 180^\circ$.

Además de considerar los casos de dependencia latitudinal representados en la Fig. 2, con el objetivo de establecer una comparación, se construyeron también las trayectorias en ausencia de gradientes horizontales, tomando los parámetros ionosféricos iguales a los correspondientes al punto de emisión, según el modelo de variación latitudinal. De esta forma se garantiza la igualdad de las invariantes adiabáticas para ambos casos, a iguales ángulos de emisión vertical.

Los resultados de los cálculos y de la comparación, realizados para los dos niveles de actividad solar, se resumen de la siguiente forma:

- A) Para un nivel de alta actividad solar ($W = 100$), la influencia de los gradientes horizontales resultó muy pequeña. Por ejemplo, en la Fig. 4B puede verse la coincidencia entre las características D-f en presencia de gradientes horizontales y en ausencia de estos (con líneas discontinuas y continuas, respectivamente, criterio que se mantiene en las restantes figuras). En la misma hemos identificado los distintos saltos de acuerdo al criterio dado por AL'PERT (1972). Aunque el ejemplo presentado corresponde a $\psi_0 = 180^\circ$, esta situación se mantiene para todas las direcciones de emisión.
- B) En correspondencia con el punto anterior, para $W = 100$, se observa muy poco cambio en las zonas iluminadas como resultado de la acción de los gradientes horizontales. En la Fig. 5B se muestran las

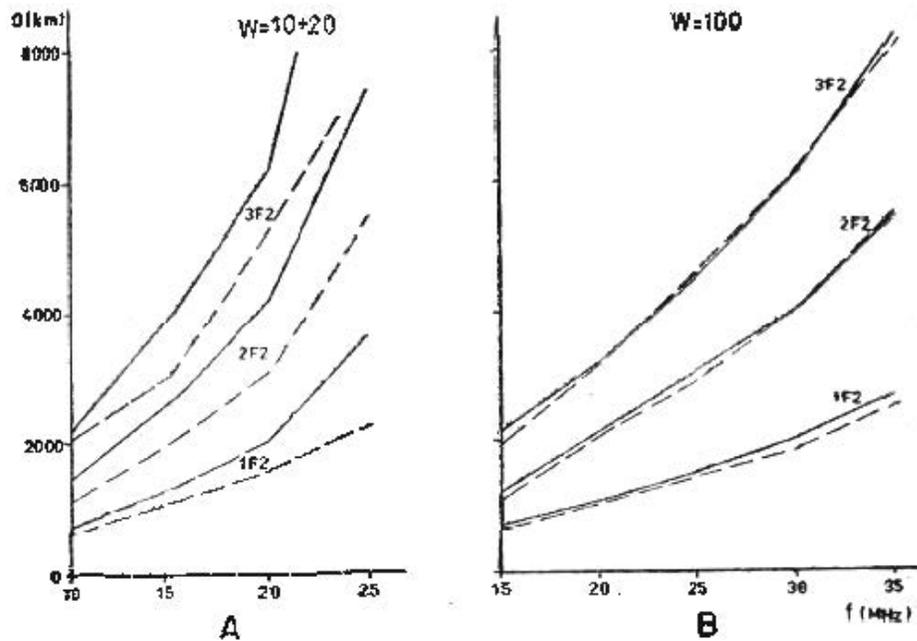


FIG. 4. Características distancia-frecuencia.

zonas iluminadas para los tres primeros saltos vía capa F, en la frecuencia de 30 MHz. En general, las distancias disminuyen ligeramente trayendo como consecuencia un acercamiento de las zonas iluminadas al punto de emisión, de acuerdo con el sentido del gradiente.

- C) Para un nivel de actividad solar bajo ($W = 10-20$), la situación es diferente, debido a que, en la región que analizamos, el gradiente latitudinal de la concentración en el máximo de la capa es, aproximadamente, dos veces mayor que para alta actividad.

En correspondencia con lo anterior, existe una gran diferencia entre las trayectorias en ausencia de gradientes horizontales y las calculadas en presencia de éstos. En la Fig. 4A se pueden comparar las características D-f para ambos casos. Se ve que en presencia de gradientes horizontales la distancia correspondiente a una frecuencia dada disminuye. Esta circunstancia se acentúa a medida que crece la frecuencia, y es más notable para los saltos segundo y tercero. A su vez, para una distancia dada, la frecuencia necesaria sería mayor que la escogida a partir de las características ionosféricas sobre el punto de emisión.

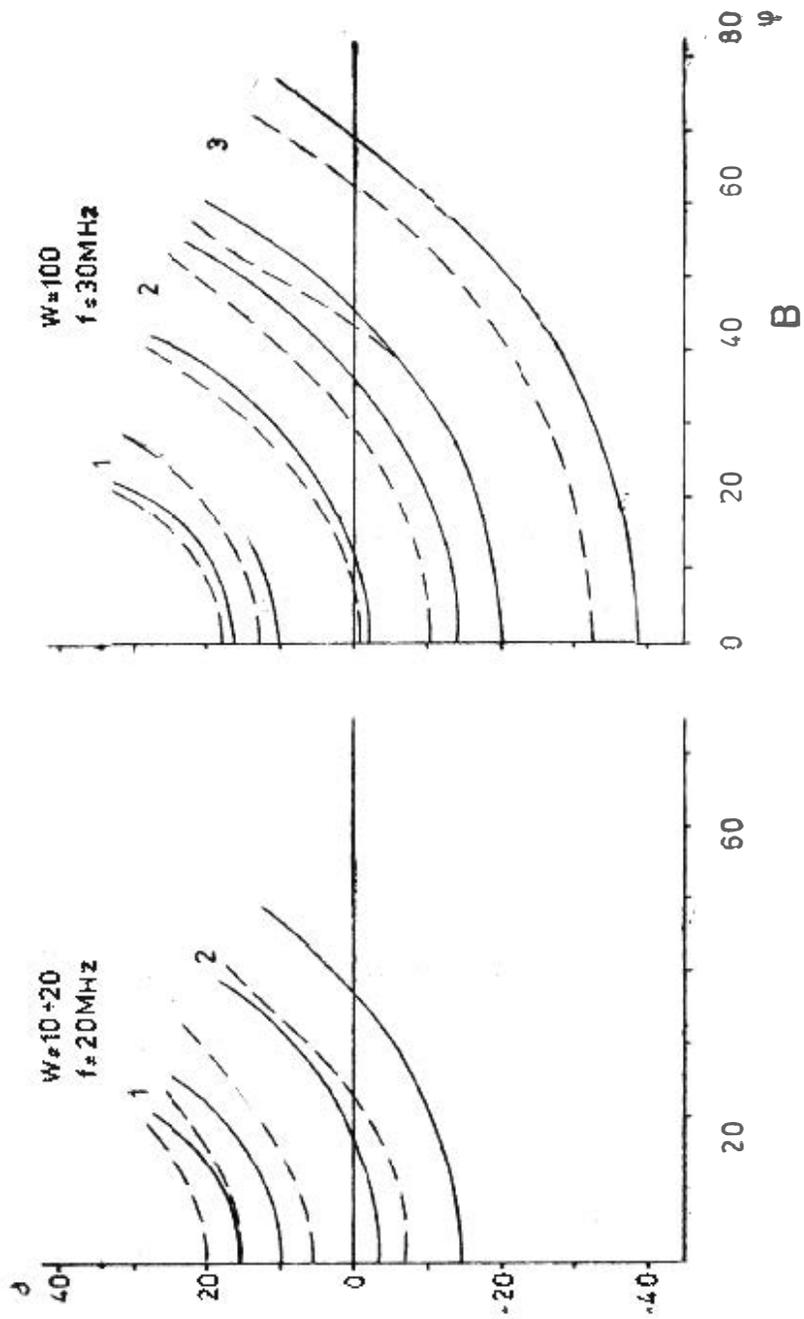


FIG. 5. il mi a a

D) Al contrario de lo observado para $W = 100$, en el caso de baja actividad solar, las zonas iluminadas sufren una gran afectación, acercándose considerablemente al punto emisor. Al igual que en las características D-f, el efecto es mayor para las frecuencias más altas. Como ejemplo, en la Fig. 5A se muestran las zonas iluminadas para la frecuencia de 20 MHz. En este caso no se ha representado la zona iluminada del tercer salto, que se solapa con la del segundo.

5. CONCLUSIONES

Los cálculos realizados demuestran, en primer lugar, el importante papel que desempeñan los gradientes horizontales en la determinación de las características de las trayectorias de las ondas cortas de radio propagadas en la región ecuatorial. Esto es particularmente cierto en tiempos de baja actividad solar. Asimismo, se demuestra la idoneidad del método propuesto para estos estudios; si bien, es necesario acometer una rerepresentación más real del perfil vertical de concentración electrónica que comprenda la existencia de varias capas ionosféricas.

Desde el punto de vista experimental, el método puede resultar particularmente útil en la interpretación de materiales de Sondeo Inclinado y de Sondeo Inclinado de Retorno de la ionosfera.

RECONOCIMIENTO

Los autores agradecen a L. A. Karpenko su colaboración en los cálculos de integración numérica de las ecuaciones del rayo.

REFERENCIAS

- AL'PERT, Ya. L. (1972): *La propagación de ondas electromagnéticas y la ionosfera* [en ruso]. Nauka, Moscú, 566 pp.
- BARANOV, V. A., EGOROV, I. B., y POPOV, V. A. (1977): Sobre el cálculo de las focalizaciones antipodal y alrededor del mundo en un canal ionosférico horizontalmente inhomogéneo [en ruso]. En *Efectos de difracción de las ondas decamétricas en la ionosfera*, Nauka, Moscú, pp. 31-42.
- BARANOV, V. A., KARPENKO, A. L., y POPOV, A. V. (1982): Método aproximado de cálculo operativo de las características de Sondeo Inclinado y Sondeo Inclinado de Retorno de la ionosfera [en ruso]. En *Propagación de ondas decamétricas*, IZMIRAN, Moscú, pp. 32-43.
- BARANOV, V. A., y POPOV, A. V. (1980a): Integración asintótica de las ecuaciones del rayo en un medio tridimensional cuasiestratificado [en ruso]. En *Propagación de ondas decamétricas*, IZMIRAN, Moscú, pp. 167-171.
- (1980b): Descripción asintótica de los rayos en la propagación a largas distancias de las ondas cortas de radio [en ruso]. En *Propagación de ondas decamétricas*, IZMIRAN, Moscú, pp. 28-44.
- GURIEVICH, A. V., y TSEDILINA, E. E. (1979): *Propagación a largas distancias de las ondas cortas de radio* [en ruso]. Nauka, Moscú, 245 pp.
- KADUJIN, G. F., y SOBOLEVA, T. N. (1978): Variación latitudinal de la concentración electrónica para cálculos de propagación de ondas [en ruso]. En *Propagación de ondas decamétricas*, IZMIRAN, Moscú, pp. 140-149.

MARTÍNEZ, R., y POPOV, A. V. (1980): Modelo simplificado de la propagación a largas distancias de las ondas cortas de radio [en ruso]. En *Propagación de ondas decamétricas*, IZMIRAN, Moscú, pp. 52-61.

APPROXIMATE CONSTRUCTION OF RADIO SHORT-WAVE TRAJECTORIES
IN AN IONOSPHERE OF WEAK HORIZONTAL GRADIENTS

ABSTRACT

The trajectories of the decametric radio waves in the equatorial region are constructed by asymptotic approximation based on the relative smallness of horizontal gradients. Trajectories so calculated are compared with those obtained through numerical integration of ray equations with satisfactory results. The results show considerable influence of the horizontal gradients for low solar activity.